

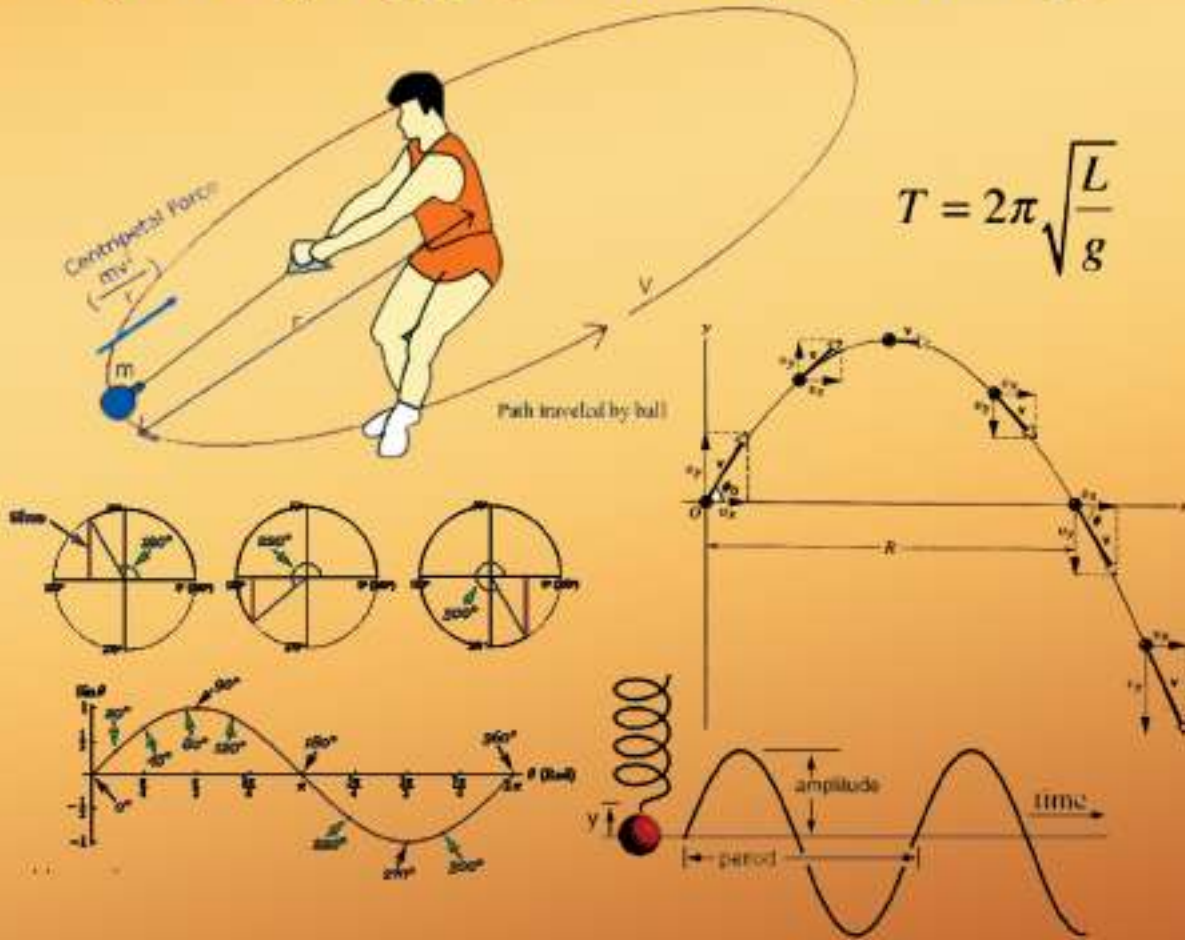


கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திரம் (உயர்தரம்)

இணைந்த கணிதம்

பயிற்சி வினாக்கள்
விடைகளுடன்

(2017 ஆம் ஆண்டில்ருந்து நடைமுறைப்படுத்தப்படும்
புதிய பாடத்திட்டத்திற்கு அமைவாக தயார்க்கப்பட்டது)



கணிதத் துறை
விஞ்ஞான தொழினுட்ப பீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
இலங்கை

க.பொ.த. (உயர்தரம்)
இணைந்த கணிதம்

பயிற்சி வினாக்கள் விடைகளுடன்

(2017 ஆம் ஆண்டிலிருந்து நடைமுறைப்படுத்தப்படும்
புதிய பாடத்திட்டத்திற்கு அமைவாகத் தயாரிக்கப்பட்டது)

வெளியீடு
கணிதத்துறை
விஞ்ஞான தொழிநுட்ப பீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
இலங்கை

இணைந்த கணிதம்
பயிற்சி வினாக்கள் (விடைகளுடன்)
முதற்பதிப்பு - 2018

© தேசிய கல்வி நிறுவகம்

ISBN

வெளியீடு:

கணிதத்துறை
விஞ்ஞான தொழினுட்ப பீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
மகரகம, இலங்கை

இணையத்தளம் : www.nie.lk

பதிப்பு : அச்சகம்,
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

பணிப்பாளர் நாயகத்தின் செய்தி

கணிதக் கல்வியை விருத்தி செய்வதற்காக தேசிய கல்வி நிறுவகத்தின் கணிதத் துறையினால் காலத்துக்கேற்ப பல்வேறு செயற்பாடுகள் முன்னெடுக்கப்படுகின்றது. “பயிற்சி வினாக்கள் விடைகளுடன்” எனும் பெயரில் எழுதப்பட்ட இந்த நூல் இதன் ஓர் வெளிப்பாடாகும்.

தரங்கள் 12, 13க்குரிய பாடத்திட்டத்தினை கற்ற பின் நடைபெறும் கல்வி பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர) பரீட்சைக்கு மாணவர்களைத் தயார்ப்படுத்துவது ஆசிரியரின் பிரதான காரியமாகும். இதற்குப் பொருத்தமான மதிப்பீட்டுக் கருவிகள் மிகக் குறைவாகவே உள்ளது. வியாபார நிலையங்களில் உள்ள அநேகமான கருவிகள் பொருத்தப்பாட்டிலும் தரத்திலும் குறைவான வினாக்களைக் கொண்ட வினாப்பத்திரங்களைக் கொண்டிருப்பது இரகசியமல்ல. இந்த நிலைமையை மாற்றி மாணவர்கள் பரீட்சைக்கு நன்றாகத் தயாராகும் வகையில் தேசிய கல்வி நிறுவகத்தின் கணிதத் துறையினால் இந்தப் “பயிற்சி வினாக்கள் விடைகளுடன்” என்ற நூல் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த நூல் பாடத்திட்டத்துக்கேற்ப உருவாக்கப்பட்ட பெறுமதிமிக்க வினாப்பத்திர நூல் ஆகும். வினாக்களுடன் அவற்றுக்கான விடைகளும் உள்ளடக்கப்பட்டிருப்பது ஆசிரியர்களுக்கும் மாணவர்களுக்கும் மிகவும் பயனுள்ளதாக அமையும்.

இந்த நூலை பயன்படுத்துவதன் மூலம் கணித பாடத்தின் மதிப்பீட்டு செயற்பாட்டினை திறம்படச் செய்யுமாறு ஆசிரியர்களிடமும் மாணவர்களிடமும் கேட்டுக் கொள்கின்றேன். “பயிற்சி வினாக்கள் விடைகளுடன்” என்ற நூலை உங்கள் கைசேர வைப்பதற்கு அனுசரணை வழங்கிய AusAid செயற்றிட்டத்துக்கும் இதனைத் திறம்படச் செய்வதற்கு வளவாளர்களாகப் பணிபுரிந்த கணிதத் துறையின் செயற்குழுவினருக்கும் வெளிவாரி வளவாளர்களுக்கும் எனது நன்றியைத் தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன்.

கலாநிதி (திருமதி) ரி. ஏ. ஆர். ஜே. குணசேகர

பணிப்பாளர் நாயகம்

தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

முன்னுரை

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர) பாடப் பரப்புக்களில் கணிதப் பாடப்பரப்புக்கு விசேட இடம் உரித்தாகும். கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (சாதாரண தர) பரீட்சையில் உயர் மட்டத்தில் சித்தியடையும் மாணவர்கள் விசேடமாக கணித பாடப் பரப்பை விரும்புகின்றனர். நாட்டுக்கும் உலகிற்கும் ஏற்ற புதிய உற்பத்திகள் உருவாகுவதற்கு காரணமாக இருந்த நிபுணர்களை உருவாக்கியது கணித பாடப் பரப்பை கற்ற மாணவர்கள் என்பதை கடந்த காலம் சாட்சி பகர்கின்றது.

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர) கணித பாடங்களுக்கு பாடத்திட்டத்தை தயாரித்திருப்பது விஞ்ஞான உலகிற்கு, தொழினுட்ப உலகிற்கு மற்றும் வேலை உலகிற்கு தேவையான வித்துனர்களை உருவாக்கும் நோக்கத்தில் ஆகும்.

2017 ஆம் ஆண்டிலிருந்து உயர்தர இணைந்த கணிதம் மற்றும் உயர்தர கணித பாடங்களுக்கு மீளமைக்கப்பட்ட புதிய பாடத்திட்டம் நடைமுறைப்படுத்தப்படுகின்றது. இந்த பாடங்களைக் கற்கும் மாணவ மாணவியரின் கற்றலை இலகுவாக்குவதற்கு பயிற்சி வினாக்கள் மற்றும் விடைகள் அடங்கிய நூல் ஒன்று தேசிய கல்வி நிறுவகத்தின் கணிதத் துறையினால் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த நூலில் உள்ள வினாக்கள் மாணவர்களின் எண்ணக்கரு அடைவு மட்டத்தை அளந்து பார்க்கவும். எதிர்காலத்தில் நடைபெறும் கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர) பரீட்சைக்கு ஆயத்தமாவதற்கு பொருத்தமானதாகவும் அமைந்துள்ளது. வினாவுக்குரிய விடையை பெற்றுக் கொடுப்பதன் மூலம் மாணவ மாணவிகள் வினா ஒன்றுக்கு விடையளிக்கும்போது பின்பற்ற வேண்டிய படமுறைகள் மற்றும் முறைமை தொடர்பான அனுபவத்தைப் பெற்றுக் கொடுப்பது எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது. அதன் மூலம் விடையை ஒழுங்குபடுத்த வேண்டிய முறை தொடர்பாக மாணவர்கள் தங்கள் ஆற்றல், திறன் மற்றும் அறிவை விருத்தி செய்வதற்கு முடிகின்றது. இந்த வினாக்களையும் விடையையும் தயாரிப்பதற்கு நிபுணத்துவம் கொண்ட பல்கலைக்கழக விரிவுரைாளர்கள், ஆசிரியர்கள் மற்றும் பாடத்திட்ட நிபுணர்களின் வளப் பங்களிப்பு பெறப்பட்டுள்ளது.

மேலும் இந்த வினாக்களைத் தயாரிக்கும்போது ஒவ்வொரு பாட உள்ளடக்கத்திலும் பல்வேறு கோணங்களில் மாணவ மாணவிகளின் அவதானத்தைச் செலுத்தவும். மாணவர்களின் அறிவை விரிவுபடுத்திக் கொள்ளும் சந்தர்ப்பத்தைப் பெற்றுக் கொடுக்க, வழிகாட்ட கவனம் செலுத்தப்பட்டுள்ளது. ஆசிரியர்களின் அறிவுறுத்தல்கள் மற்றும் வழிகாட்டலின் கீழ் சுயமாகக் கற்பதற்கு உகந்ததாக இந்த நூல் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

இவ்வாறான பெறுமதிமிக்க நூலை உருவாக்குவதற்கு ஆலோசனையும் வழிகாட்டலையும் வழங்கிய தேசிய கல்வி நிறுவகத்தின் பணிப்பாளர் நாயகத்துக்கும் வளவாளர்களாகச் செயற்பட்ட அனைவருக்கும் எனது நன்றியைத் தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன். இந்த நூலைப் பயன்படுத்தி அதன் மூலம் பெற்றுக் கொள்ளும் அனுபவத்தின் மூலம் மீள்பதிப்புக்கு பயன்படுத்தக்கூடிய பெறுமதியான நேர்கருத்துக்களை எங்களுக்குப் பெற்றுத் தருமாறு கேட்டுக் கொள்கின்றேன்.

கே. ரஞ்சித் பத்மசிரி

பணிப்பாளர்

கணிதத்துறை

தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

கலைத் திட்டக் குழு

ஆலோசனையும் வழிக்காட்டலும் : கலாநிதி (திருமதி) ரி. ஏ. ஆர். ஜே. குணசேகர

பணிப்பாளர் நாயகம்

தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

மேற்பார்வை :

திரு. கே.ஆர். பத்மசிரி

பணிப்பாளர்

கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

திட்டமிடலும்

திரு. எஸ். இராஜேந்திரம்

இணைப்பாக்கமும் :

சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்,

க.பொ.த உயர்தர பாடத்திட்ட குழுத்தலைவர்,

கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

உள்வாரி வளவாளர்கள் :

திரு. ஜி. பி. எச். ஜகத்குமார்

சிரேட்ட விரிவுரையாளர்,

கணிதத் துறை,

தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

திருமதி. எம். நில்மினி பி. பீரிஸ்

சிரேட்ட விரிவுரையாளர்,

கணிதத் துறை,

தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

திரு. எஸ். இராஜேந்திரம்

சிரேட்ட விரிவுரையாளர்,

கணிதத் துறை,

தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

திரு. க. சுதேசன்

உதவி விரிவுரையாளர்,

கணிதத் துறை,

தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

திரு. பி. விஜய்குமார்

உதவி விரிவுரையாளர்,

கணிதத் துறை,

தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

செல்வி.கே.கே. வஜிமா எஸ். கங்கானங்கே

உதவி விரிவுரையாளர்,

கணிதத் துறை,

தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

வெளிவாரி வளவாளர்கள் :

- திரு. க. கணேசலிங்கம் - ஓய்வுபெற்ற பிரதம செயற்திட்ட அதிகாரி, கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- திரு. ந. சிதம்பரநாதன் - ஓய்வு பெற்ற ஆசிரியர்
- திரு. க. பாலதாசன் - ஓய்வு பெற்ற கணித பாட உதவிக் கல்விப் பணிப்பாளர்.
- திரு. வி. ராஜரட்ணம் - ஓய்வு பெற்ற ஆசிரியர்
- திரு. எஸ். ஜீ. தொலுவீர - ஆசிரியர், உவெஸ்லிக் கல்லூரி, கொழும்பு - 08.
- திரு. சலங்க பெர்னான்டோ - ஆசிரியர், விவேகானந்தா கல்லூரி, கொழும்பு - 13
- திரு. என். சகபந்து - ஓய்வு பெற்ற ஆசிரியர்
- திரு. கே. இரவீந்திரன் - ஓய்வு பெற்ற பிரதி அதிபர்
- திரு. ஜி. எச். அசோகா - ஆசிரியர், இராகுல கல்லூரி, மாத்தறை.

மொழிச் செம்மையாக்கம் :

திரு. வி. முத்துக்குமாரசுவாமி,
ஓய்வுபெற்ற அதிபர்.

கணினிப் பதிப்புத் வடிவமைப்பு :

செல்வி. கமலவேணி கந்தையா
அச்சகம், தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

அட்டைப்பட வடிவமைப்பு :

திரு. ஈ. எல். ஏ. கே. லியனகே
அச்சகம், தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

திருமதி. கே. டி. அனுஷா தரங்கனி
அச்சகம், தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

உதவியாளர்கள் :

திரு. எஸ். கெட்டியாராய்ச்சி
கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

திருமதி. கே. என். சேனானி
கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

திரு. ஆர். எம். ருபசிங்ஹ
கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

அறிமுகம்

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர) வகுப்புக்களில் இணைந்த கணிதப் பாடத்தைக் கற்கும் மாணவர்கள் பயிற்சி பெறும் முகமாக இந்நூல் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. மாணவர்களுக்கு போதிய பயிற்சிகளை வழங்குமுகமாகவும், பாடப்பரப்பினைக் கற்றபின் பரீட்சைக்கு தயாராகுவதற்கான ஓர் மீட்டல் பயிற்சியினை வழங்கும் நோக்கிலும் இந்நூல் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. இது ஓர் மாதிரி வினாத்தாள் தொகுதி அன்று என்பதையும் பயிற்சி வினாக்களின் தொகுப்பே என்பதையும் மாணவர்களும் ஆசிரியர்களும் விளங்கிக் கொள்ள வேண்டும்.

இப்பயிற்சி வினாத்தொகுதிக்குரிய பயிற்சி வினாக்களைச் செய்த பின்னர் அவற்றிற்கு வழங்கப்பட்டுள்ள விடைகளை தமது விடைகளுடன் மாணவர்கள் ஒப்பிட்டு நோக்க முடியும் என்பதும் இங்கு தரப்பட்டவாறே அத்தனை படிமுறைகளையும் உள்ளடக்கியவாறு மாணவர்களது விடைகள் இருக்க வேண்டும் என்பது அவசியமன்று. உங்களது விடைகளைச் சரிபார்ப்பதற்கும் படிமுறைகளை சரியாகப் பின்பற்றுவதற்காகவுமான வழிகாட்டல்களாகவே இங்கு விடைகள் தரப்பட்டுள்ளன என்பதைக் கவனத்தில் கொள்ளவும்.

இப்பயிற்சி வினாத்தொகுதியானது 2017 முதல் நடைமுறைக்கு வந்துள்ள மீள்நோக்கித் திருத்தப்பட்டுள்ள பாடத்திட்டத்திற்கு அமைவாக 2019 ஆம் ஆண்டு முதன் முதலாக க.பொ.த (உயர்தரம்) பரீட்சைக்குத் தோற்றும் மாணவர்களை இலக்காகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. ஆயினும் ஏனைய இணைந்த கணிதம், உயர் கணிதம், கணிதம் போன்ற பாடங்களைக் கற்கும் மாணவர்களும் தமக்குரிய பாடப்பரப்புகளுக்குரியவாறான வினாக்களைப் பயன்படுத்த முடியும்.

தேசிய கல்வி நிறுவக கணிதத் துறையினரால் வெளியிடப்படுகின்ற க.பொ.த (உயர்தரம்) இற்கான முதலாவது “பயிற்சி வினாக்கள் விடைகளுடன்” என்ற நூலைத் தொடர்ந்து நிலையியல் I, நிலையியல் II, இணைந்த கணிதம் I, இணைந்த கணிதம் II அலகு ரீதியான பயிற்சி வினாத்தொகுதியும் விரைவில் வெளியிடப்படும். இப்புத்தகங்களிலுள்ள குறைகளையும் நலிவுகளையும் சுட்டிக் காட்டுவீர்களாயின் அது எமது வெளியீடுகளைத் திருத்தியமைக்க உதவும் என்பதுடன் உங்களது கருத்துக்களை மிகவும் பெறுமதி வாய்ந்தவையாக மதிக்கின்றோம் என்பதையும் உங்களுக்கு அறியத்தருகின்றோம்.

திரு. எஸ். இராஜேந்திரம்

செயற்றிட்ட குழுத் தலைவர்

(தரம் 12, 13 கணிதம்)

தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

உள்ளடக்கம்

	பக்கம்
பணிப்பாளர் நாயகத்தின் செய்தி	iii
முன்னுரை	iv - v
கலைத் திட்டக்குழு	vi - vii
அறிமுகம்	viii
உள்ளடக்கம்	ix
இணைந்த கணிதம் I	பகுதி A 1 - 5
	பகுதி B 6 - 13
இணைந்த கணிதம் II	பகுதி A 14 - 21
	பகுதி B 22 - 32
பயிற்சி வினாக்களுக்கான தீர்வுகள்	33 - 150

இணைந்த கணிதம் I

பகுதி A

1. தீர்க்க. $2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x - \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$

2. தீர்க்க. $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2-x} = \sqrt{2x-1}$

3. $\log_9(xy^2) = \frac{1}{2}\log_3 x + \log_3 y$ எனக் காட்டுக.

$$\left(\text{சாடை : } \log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} \right)$$

இதிலிருந்து பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

$$\log_9(xy^2) = \frac{1}{2}$$

$$\log_3 x \cdot \log_3 y = -3$$

4. $f(x) = 3x^3 + Ax^2 - 4x + B$ ஆகுக; இங்கு A, B ஒருமைகள். $(3x+2)$, $f(x)$ இன் ஒரு காரணி எனவும் $f(x)$ ஐ $(x+1)$ ஆல் வகுக்க மீதி 2 எனவும் தரப்பட்டுள்ளது.

(i) A, B யின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(ii) $f(x)$ ஐ ஏகபரிமாணக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுக.

5. $f(x) = x^4 + hx^3 + gx^2 - 16x - 12$ ஆகுக; இங்கு g, h ஒருமைகள். $f(x)$ இன் ஒரு காரணி $(x+1)$ எனவும் $f(x)$ ஐ $(x-1)$ ஆல் வகுக்க மீதி - 24 எனவும் தரப்பட்டுள்ளது.

(i) h, g இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(ii) $(x-2)$, $f(x)$ இன் ஒரு காரணி எனக்காட்டி, $f(x)$ இன் ஏனைய ஏகபரிமாணக் காரணிகளைக் காண்க.

6. $ax^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்கள் α, β ஆகும். $x+2 + \frac{1}{x} = \frac{b^2}{ac}$ இன் மூலங்களை

α, β இன் உறுப்புக்களில் காண்க.

7. $x^2 + bx + ca = 0$, $x^2 + cx + ab = 0$ எனும் சமன்பாடுகள் பொது மூலம் ஒன்றைக் கொண்டுள்ளது எனவும், a, b, c எல்லாம் வித்தியாசமானவை எனவும் தரப்படின் மற்றைய மூலங்கள் $x^2 + cx + bc = 0$ எனும் சமன்பாட்டைத் திருப்தி செய்யும் எனக் காட்டுக.
8. $g(x) = ax^2 - 2x + (3a + 2)$ எனின், x இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களுக்கும் $g(x)$ நேராக இருக்கும் a இன் பெறுமானங்களின் தொடையைக் காண்க.
 $a = \frac{1}{3}$ ஆக, $y = g(x)$ இன் வரைபை வரைக.
9. $\frac{12}{x-3} \leq x+1$ எனும் சமனிலியின் தீர்வுத் தொடையைக் காண்க.
10. தீர்க்க. $|1-2x| - |x+2| \leq 2$
11. 4 சிறுவர்களும் 4 சிறுமிகளும் நிரை ஒன்றில் எத்தனை வழிகளில் இருக்கலாம்?
 (i) இரு குறித்த சிறுமிகள் ஒன்றாக இருக்காதவாறு
 (ii) எந்த ஒரு சிறுமியும் அடுத்தடுத்து இருக்காதவாறு அவர்கள் இருக்கக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
12. k இன் எப்பெறுமானத்திற்கு $\left(x^2 - \frac{2k}{x}\right)^{10}$ இன் விரிவில் x^2 இன் குணகம், $\frac{1}{x}$ இன் குணகத்திற்குச் சமமாகும்?
13. n ஒரு நேர் நிறைவெண்ணாயிருக்க, $(1 + 2x + kx^2)^n$ இன் விரிவில் x^2 , x^3 என்பவற்றின் குணகங்களை k, n இன் உறுப்புக்களில் காண்க. x^2 , x^3 என்பவற்றின் குணகங்கள் முறையே 30, 0 எனின், k, n என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.
14. $Z = -1 + i\sqrt{3}$ ஒரு சிக்கலெண் ஆகும்.
 (i) $|Z|$, $Arg(Z)$ என்பவற்றைக் காண்க.
 (ii) Z^2 ஐ $a + ib$ எனும் வடிவில் எழுதுக; இங்கு $a, b \in \mathbb{R}$
 (iii) $Z^2 + pZ$ மெய்யாகுமாறு மெய்யெண் p ஐக் காண்க.
 (iv) $Arg(z^2 + qz) = \frac{5\pi}{6}$ ஆகுமாறு மெய்யெண் q வைக் காண்க.

15. $Z_1 = 1$, $Z_2 = \cos \theta + i \sin \theta$ ($0 < \theta < \pi$) இரு சிக்கலெண்கள் ஆகும். சிக்கலெண்கள் Z_1, Z_2 ஐ ஆகன் வரிப்படத்தில் புள்ளிகள் A, B என்பவற்றால் குறிக்க. சிக்கலெண்கள் $Z_1 + Z_2$, $Z_2 - Z_1$ ஐக் குறிக்கும் புள்ளிகள் முறையே C, D என்பவற்றைக் காண்க. உமது வரிப்படத்திலிருந்து பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $|Z_1 + Z_2|$, $Arg(Z_1 + Z_2)$

(ii) $|Z_2 - Z_1|$, $Arg(Z_2 - Z_1)$

$|Z_1 + Z_2|^2 + |Z_2 - Z_1|^2$ என்பன θ வில் தங்கவில்லை என்பதை உய்த்தறிக.

16. (a) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$ ஐக் காண்க.

(b) $\sin y = x \sin(y + a)$ எனின், $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(y + a)}{\sin a}$ எனக் காட்டுக.

17. (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$ ஐக் காண்க.

(b) $y = x^n \ln x$ எனின், x இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் $\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} = 3x^2$ ஆகுமாறு n இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

18. $x = t + \ln t$, $y = t - \ln t$ ($t > 0$) எனின்,

(i) $\frac{dy}{dx}$ (ii) $\frac{d^2 y}{dx^2}$ என்பவற்றை t யின் உறுப்புக்களில் காண்க.

மேலும் $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{8(x + y)}{(x + y + 2)^3}$ எனக் காட்டுக.

19. $\frac{1}{1 + x^2} - \frac{1}{(1 + x)^2}$ ஐச் சுருக்குக.

இதிலிருந்து $\int_0^1 \frac{x}{(1 + x^2)(1 + x)^2} dx$ ஐக் காண்க.

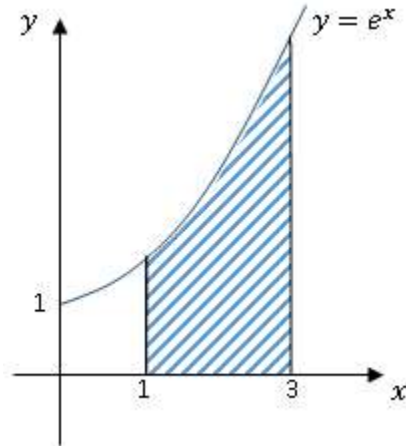
20. $x = 2(1 + \cos^2 \theta)$ என்ற பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி,

$\int_2^3 \sqrt{\frac{x-2}{4-x}} dx$ ஐக் கணிக்க.

21. பகுதிகளாகத் தொகையிடும் முறையைப் பயன்படுத்தி $\int e^{4x} \cdot \cos 3x \cdot dx$ ஐக் காண்க.
22. $3x + 2y = 24$ எனும் நேர்கோடு y அச்சை A யிலும், x அச்சை B யிலும் சந்திக்கின்றது. AB யின் செங்குத்து இருகூறாக்கி, x அச்சுக்குச் சமாந்தரமாக $(0, -1)$ இனாடு செல்லும் கோட்டினை C யில் வெட்டுகின்றது. முக்கோணி ABC யின் பரப்பளவைக் காண்க.
23. சதுரம் ஒன்றின் ஒரு பக்கத்தின் சமன்பாடு $x - 2y = 0$ ஆகும். அவற்றின் மூலைவிட்டங்கள் $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ இல் இடை வெட்டுகின்றன. சதுரத்தின் ஏனைய பக்கங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
24. ABC ஒரு முக்கோணி. $AB = AC$, $A \equiv (0, 8)$ ஆகும். B, C யினாடு செல்லும் இடையங்களின் சமன்பாடுகள் முறையே $x + 3y = 14$, $3x - y = 2$ ஆகும். முக்கோணி ABC யின் பக்கங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
25. $x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$ எனும் நேர்கோடு $x^2 + y^2 - a^2 = 0$ எனும் வட்டத்தை A, B எனும் புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றது AB ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
26. வட்டம் $S \equiv x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ உம், புள்ளி $P \equiv (4, 2)$ உம் ஆகும்.
 (i) P வட்டத்துக்கு வெளியே உள்ளது எனக் காட்டுக.
 (ii) P யிலிருந்து S இற்கு வரையும் தொடலிகளின் நீளங்களைக் காண்க.
 (iii) P யிலிருந்து S இற்கான தொடலிகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
27. x அச்சில் 3 அலகு வெட்டுத்துண்டினை ஆக்குவதும் y அச்சைத் தொடுவதுமான எல்லா வட்டங்களினதும் பொதுச் சமன்பாட்டைக் காண்க.
 வட்டங்களின் மையங்கள் $4x^2 - 4y^2 = 9$ எனும் வளையியில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.
28. தீர்க்க. $\cos 6\theta + \cos 4\theta + \cos 2\theta + 1 = 0$, இங்கு $0 < \theta < \pi$
29. $2 \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = \frac{\pi}{4}$ எனக் காட்டுக.
30. யாதாயினும் ஒரு முக்கோணியில் வழமையான குறிப்பீடுகளுடன்
 $(b + c - a)\left(\cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2}\right) = 2a \cot \frac{A}{2}$ என நிறுவுக.

31. தாமோய்வரின் தேற்றத்தைக் கூறுக. $(1 + \sqrt{3}i)^7$ இன் மட்டு, வீச்சம் என்பவற்றைக் காண்க.
32. தாமோய்வரின் தேற்றத்தை உபயோகித்து,
 $\cos 3\theta = 4\cos^3 \theta - \cos \theta$ எனவும்
 $\sin 3\theta = 3\sin \theta - 4\sin^3 \theta$ எனவும் காட்டுக.
33. ஒரு வளையி $x = t(1-t)^2$, $y = t^2(1-t)$ என்னும் சமன்பாடுகளினால் தரப்பட்டுள்ளது. இங்கு t ஒரு மெய்ப் பரமானமாகும். இவ்வளையி $t \neq 1, \frac{1}{3}$ ஆன புள்ளி $[t(1-t)^2, t^2(1-t)]$ இல் வரையப்பட்டுள்ள தொடலியின் படித்திறன் $\frac{t(2-3t)}{(1-t)(1-3t)}$ எனக் காட்டி $t = \frac{1}{2}$ ஆகவுள்ள புள்ளியில் இவ்வளையிக்கு வரையப்பட்டுள்ள தொடலியின் சமன்பாடு $4x + 4y - 1 = 0$ எனக் காட்டுக.
34. $y = x(x-3)$ இன் வரைபினாலும் x அச்சினாலும் அடைக்கப்படும் பிரதேசத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

35.



- (i) நிழற்றப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க?
- (ii) தரப்பட்ட வளையியை x அச்சுப் பற்றி நான்கு செங்கோணங்களினூடாகத் திருப்பும்போது உருவாகும் திண்மத்தின் கனவளவைக் காண்க?

பகுதி B

1. (a) $x^2 + px + q = 0$ இன் மூலங்கள் α, β ஆகும்.
- (i) மூலங்களின் வித்தியாசம் $2\sqrt{3}$ எனவும், மூலங்களின் நேர்மாறுகளின் கூட்டுத்தொகை 4 எனவும் தரப்படின் p, q இன் இயல்தகு பெறுமானங்களைக் காண்க.
- (ii) $\alpha + \frac{2}{\beta}, \beta + \frac{2}{\alpha}$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டை p, q இன் உறுப்புக்களில் காண்க.
- (b) x மெய்யாக இருக்க $\frac{x^2 + 3x - 4}{5x - k}$ எல்லா மெய்ய் பெறுமானங்களையும் எடுக்கக்கூடியதாக k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. $k = -5$ ஆக,
 $y = \frac{x^2 + 3x - 4}{5x - k}$ இன் வரைபை வரைக.
2. (a) இருபடிச் சமன்பாடு $f(x) = \lambda^2(x^2 - x) + 2\lambda x + 3 = 0$, ($\lambda \neq 0$) இன் மூலங்கள் α, β ஆகும். λ இன் இரு பெறுமானங்கள் λ_1, λ_2 ஆக இருக்க, α, β என்பன $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{4}{3}$ என்பதால் தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளது. $\frac{\lambda_1^2}{\lambda_2}, \frac{\lambda_2^2}{\lambda_1}$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க. x இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் $f(x) > 2\lambda x$ ஆகுமாறுள்ள மிகப்பெரிய நிறை வெண் λ வைக் காண்க.
- (b) கணிதத் தொகுத்தறி முறையைப்பயன்படுத்தி $\sum_{r=1}^{2n} (-1)^{r+1} \frac{1}{r} = \sum_{r=n+1}^{2n} \frac{1}{r}$ என நிறுவுக.
3. (a) $\frac{2r+3}{r(r+1)}$ ஐப் பகுதிப்பின்னங்களாக்குக.
- $\frac{5}{1.2} \left(\frac{1}{3}\right) + \frac{7}{2.3} \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{9}{3.4} \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \dots$ எனும் தொடரின் r ஆம் உறுப்பு U_r ஐ எழுதுக.
- $U_r = V_r - V_{r+1}$ ஆகுமாறு தொடரி V_r ஐக் காண்க. இதிலிருந்து $\sum_{n=1}^{\alpha} U_r$ ஐக் காண்க.
- $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$ ஒருங்கு தொடரா? காரணம் தருக.

- (b) $y = |2x - 1|$, $y = |x + 1| + 1$ ஆகிய வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. இதிலிருந்து $|2x - 1| - |x + 1| \geq 1$ ஐத் தீர்க்க.

4. (a) 6 சிறுவர்களும் 6 சிறுமிகளும் வரிசை ஒன்றில் எழுமாற்றாக இருக்கிறார்கள்.
 (i) 6 சிறுமிகளும் ஒன்றாக இருக்கும்,
 (ii) சிறுவர்களும் சிறுமிகளும் மாறி மாறி இருக்கும் வித்தியாசமான வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

- (b) 0, 2, 3, 5, 7, 8 ஆகிய இலக்கங்களிலிருந்து 4 இலக்கங்களைக் கொண்ட எண்கள் அமைக்கப்படுகின்றன.

- (i) ஓர் எண்ணில் இலக்கங்கள் மீளவும் வரமுடியும் எனின்,
 (ii) ஓர் எண்ணில் ஒரு இலக்கம் ஒருமுறை மட்டுமே பாவிக்க முடியும் எனின்,

அமைக்கக்கூடிய எண்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

வகை (ii) இல் எத்தனை எண்கள் 5000 இலும் பெரிதாகவும் 2ஆல் பிரிடக் கூடியதாகவும் இருக்கும்.

- (c) நேர்நிறைவெண் சுட்டி ஒன்றிற்கு ஈருறுப்புத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக. $(1+x)^n$, $(x+1)^n$ இரண்டினதும் விரிவை, n ஒரு நேர்நிறைவெண்ணாக இருக்க எழுதுக. இரு விரிவுகளினதும் முதல் பெறுதிகளைக் கருதி,

$$(i) \quad 1(n-1)^n C_1^2 + 2(n-2)^n \cdot C_2^2 + \dots + r \cdot (n-r)^n C_r^2 + \dots + (n-1) \cdot 1 \cdot C_{n-1}^2 = n^2 \cdot 2^{n-2} C_{n-2}$$

$$(ii) \quad \sum_{r=1}^n r \cdot {}^n C_r \cdot \sum_{r=0}^{n-1} (n-1) \cdot {}^n C_r = n^2 \cdot 2^{2n-2} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

5. (a) $Z^3 = 1$ இன் மூன்று மூலங்களையும் காண்க.

$Z^3 = 1$ இன் சிக்கல் மூலங்களில் ஒன்று ω எனின், $1 + \omega + \omega^2 = 0$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக.

$$(i) \quad \frac{\omega}{\omega+1} = -\frac{1}{\omega}$$

$$(ii) \quad \frac{\omega^2}{\omega^2+1} = -\omega$$

$$(iii) \left(\frac{\omega}{\omega+1} \right)^{3k} + \left(\frac{\omega^2}{\omega^2+1} \right)^{3k} = -2, \quad k \text{ ஒற்றை எனின்,}$$

$$= +2, \quad k \text{ இரட்டை எனின்}$$

(b) $u = 2i, \quad v = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ என்பன இரு சிக்கலெண்கள் என்க. $u, v, uv, \frac{u}{v}$ என்னும் சிக்கலெண்களை $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ எனும் வடிவில் எழுதுக.
 $(-\pi < \theta \leq \pi)$

ஆகன் வரிப்படத்தில் A, B, C எனும் புள்ளிகள் முறையே $u, uv, \frac{u}{v}$ எனும் சிக்கலெண்களைக் குறிக்கின்றன. ABC ஒரு சமபக்க முக்கோணி எனக்காட்டுக.

6. (a) $\left(\frac{1+i}{1-i} \right)^{4n+1}$ ஐ $p+iq$ எனும் வடிவில் தருக. இங்கு $p, q \in \mathbb{R}; n$ ஒரு நேர்

நிறைவெண் 1 இன் கனமூலங்கள் $1, \omega, \omega^2$ எனக் காட்டுக.

$$\text{இங்கு } \omega = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$$

இதிலிருந்து $(x+2)^3 = 1$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

அதோடு,

$$(i) \quad (2+5\omega+2\omega^2)^6 = 729$$

$$(ii) \quad (p-q)(p\omega-q)(p\omega^2-q) = p^3 - q^3$$

$$(iii) \quad \left(\frac{a+b\omega+c\omega^2}{b+c\omega+a\omega^2} \right) = \omega$$

எனக்காட்டுக.

(b) ஆகன் வரிப்படத்தில் புள்ளி $P(x, y)$ சிக்கலெண் $Z = x + iy$ ஐ வகைக் குறிக்கின்றது; $x, y \in \mathbb{R} \quad |Z-3-3i| = 2$ எனின், P இன் ஒழுக்கைக் காண்க.
ஆகன் வரிப்படத்தில் அதனை வரைக.

மேலும் $0 \leq \text{Arg}(Z-3-3i) \leq \frac{\pi}{3}$ எனின், இரு நிபந்தனைகளையும் திருப்தி

செய்யும் பிரதேசத்தை ஆகன் வரிப்படத்தில் நிழற்று. இப்பிரதேசத்தில் $|Z|$ இன் உயர்வுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

7. (a) பெறுமானங் காண்க.

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^2 x}{x^2}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - 2 \sin x}{x^3}$$

(b) $y = \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$, $Z = \sec^{-1} x (x > \sqrt{2})$ எனின்,

$$(i) \cos y \cdot \frac{dy}{dz} = -\cos ec^2 z$$

$$(ii) \frac{dy}{dz} + \frac{x^2}{\sqrt{(x^2 - 1)(x^2 - 2)}} = 0 \text{ எனக் காட்டுக.}$$

(c) I நீளமுடைய கம்பி ஒன்று இருசமபக்க முக்கோணி வடிவில் வளைக்கப்பட்டுள்ளது. இம்முக்கோணி சமபக்க முக்கோணியாகும் போதே, முக்கோணியால் அடைக்கப்பட்ட பரப்பளவு உயர்வாக இருக்குமெனக் காட்டி உயர் பரப்பளவைக் காண்க.

8. (a) $f(x) = \sin 2x$ எனின், முதல் தத்துவங்களிலிருந்து $\frac{d}{dx}[f(x)] = 2 \cos 2x$ எனக் காட்டுக.

$$\text{கணிதத் தொகுத்தறி முறையைப் பயன்படுத்தி } \frac{d^n}{dx^n}(\sin 2x) = 2^n \sin \left[\frac{n\pi}{2} - 2x \right]$$

என நிறுவுக.

(b) $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2 - 2x}$ இங்கு $x \neq 0, 2$ ஆகும். வரைபு $f(x)$ இன் திரும்பல் புள்ளிகளைக் காண்க.

அணுகு கோடுகளையும், உயர்வு, இழிவுகளையும் (ஏதும் இருப்பின்) தெளிவாகக் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபை முதலாம் வகையீட்டினை மாத்திரம் உபயோகித்து வரைக.

இதிலிருந்து

$$(i) y = |f(x)|$$

$$(ii) y = \frac{1}{f(x)} \text{ என்பற்றின் வரைபுகளை வரைக.}$$

9. (a) $\frac{1}{(1-x^2)(x^2+1)}$ ஐப் பகுதிப் பின்னங்களாக்குக.

இதிலிருந்து $\int \frac{dx}{(1-x^2)(x^2+1)}$ ஐக் காண்க.

(b) $\sin x - \cos x = t$ எனின்,
 $\sin 2x$ ஐ t இன் உறுப்புக்களில் காண்க.

மேலே தரப்பட்ட பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16 \sin 2x} dx$ ஐக் காண்க.

(c) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{a \cos x + b \sin x} dx$, $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{a \cos x + b \sin x}$ என்க.

(i) $aI + bJ$ ஐக் காண்க.

(ii) I, J இல் இன்னொரு ஏகபரிமாணச் சமன்பாட்டைப் பெற்று I, J இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

10. (a) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ என நிறுவுக.

$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$ எனக் காட்டுக.

(b) பகுதிகளாகத் தொகையிடும் முறையைப் பயன்படுத்தி

$\int \frac{x.e^x}{(1+x)^2} dx$ ஐக் காண்க.

(c) $y = x(2-x)$ என்ற வளையியாலும் $y = x$ என்ற கோட்டினாலும் அடைக்கப் பட்டுள்ள பரப்பளவைக் காண்க.

11. (a) செவ்வகம் ABCD ஒன்று பூரணமாக முதலாம் கால் வட்டத்தில் உள்ளது. AD யின் சமன்பாடு $x + y - 4 = 0$ உம் AC யின் சமன்பாடு $3x - y - 8 = 0$ உம் ஆகும். BA யின் நீளம் $2\sqrt{2}$ ஆகும்.

(i) AB யின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(ii) Bயின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

(iii) BD, $x - 3y + 7 = 0$ இற்கு சமாந்தரமெனின், BC யினதும் CD யினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(b) (2, 0), (0, -1) எனும் புள்ளிகளினூடு செல்லும் வட்டம் $S = 0$ இன் பொதுச் சமன்பாடு $S \equiv x^2 + y^2 - \left(\frac{\lambda+4}{2}\right)x + (\lambda+1)y + \lambda = 0$ எனக் காட்டுக; இங்கு λ ஒரு பரமானமாகும்.

(i) இதிலிருந்து (1, -1), (2, 0), (0, -1) எனும் புள்ளிகளினூடு செல்லும் வட்டம் $S_1 = 0$ இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(ii) $S_1 = 0$, $S = 0$ இன் தொகுதியின் ஒரு வட்டம் ஆகும். இவ்வட்டம் $S_2 = 0$ இன் பரிதியை இரு கூறாக்குமெனின், $S_2 = 0$ இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(iii) மேலே தரப்பட்ட $S = 0$ இன் தொகுதியில் இரு வட்டங்கள் ஒன்றை யொன்று நிமிர்கோணத்தில் வெட்டினால் $\lambda_1 \lambda_2 = -4$ எனக் காட்டுக. இங்கு λ_1, λ_2 என்பன λ விற்கு ஒத்த பரமானங்கள் ஆகும்.

12. (a) முக்கோணி ABC யில் கோணம் C யின் இருகூறாக்கியின் சமன்பாடு $x - 4y + 10 = 0$ உம், B யினூடாக இடையத்தின் சமன்பாடு $6x + 10y - 59 = 0$ உம் ஆகும். A யின் ஆள்கூறுகள் (3, -1) ஆகும்.

(i) B, C யின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

(ii) முக்கோணி ABC யின் பக்கங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(iii) B யினூடு AC ற்கான செங்குத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(b) $S_1 \equiv 3x^2 + 3y^2 - 6x - 1 = 0$, $S_2 \equiv x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ எனும் வட்டங்கள் வெட்டும் புள்ளிகளினூடும் $S_1 = 0$ இன் மையத்தினூடும் செல்லும் வட்டம் $S_3 = 0$ இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

$S_3 = 0$ உம், $S_2 = 0$ உம் நிமிர்கோணத்தில் இடைவெட்டும் என வாய்ப்புப் பார்க்க.

$S_3 = 0$ இற்கு $S_1 = 0$ இன் மையத்தில் தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

13. (a) சமன்பாடுகளின் பொதுத் தீர்வைக் காண்க.

(i) $(2 \sin x - \cos x)(1 + \cos x) = \sin^2 x$

(ii) $2 \tan x + \sec 2x = 2 \tan 2x$

(b) $2 \cos^2 \theta - 2 \cos^2 2\theta = \cos 2\theta - \cos 4\theta$ என நிறுவுக.

$\cos 36^\circ - \cos 72^\circ = \frac{1}{2}$ என உய்த்தறிக.

இதிலிருந்து $\cos 36^\circ$, $\cos 72^\circ$ என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(c) வழமையான குறிப்பீடுகளுடன் முக்கோணி ABC யிற்கு சைன் விதியைக் கூறி நிறுவுக.

வழமையான குறிப்பீடுகளுடன் முக்கோணி ABC யிற்கு,

(i) $\frac{a^2 - b^2}{\cos A + \cos B} + \frac{b^2 - c^2}{\cos B + \cos C} + \frac{c^2 - a^2}{\cos C + \cos A} = 0$ எனக் காட்டுக.

(ii) $A = 45^\circ$, $B = 75^\circ$ எனின், $a + \sqrt{2}c = 2b$ எனக் காட்டுக.

14. (a) சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(i) $2(\cos x + \cos 2x) + \sin 2x(1 + \cos x) = 2 \sin x$
 $-\pi < x \leq \pi$

(ii) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{x-1}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{x+1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$
 $(2 < x < 4)$

(b) $(1+m)\sin(\theta + \alpha) = (1-m)\cos(\theta - \alpha)$ எனின்,

$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = m \cot\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ எனக் காட்டுக.

(c) வழமையான குறிப்பீடுகளுடன் முக்கோணி ABC யிற்கு கோசைன் விதியைக் கூறி நிறுவுக.

(i) முக்கோணி ABC யில் AH, BC யிற்குச் செங்குத்து;

$AH = p$ ஆகும். $(b+c)^2 = a^2 + 2ap \cot \frac{A}{2}$ எனக் காட்டுக.

(ii) $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$ எனின், $C = 45^\circ$ அல்லது 135° எனக் காட்டுக.

15. (a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ என்பது 2×2 தாயம் ஆகும்.

$A^2 - 5A + 7I = 0$ எனக் காட்டுக. இங்கு I வரிசை 2 ஐ உடைய சர்வசமன் பாட்டுத் தாயம் ஆகும். இதிலிருந்து A^{-1} ஐக் காண்க.

மேலும் வரிசை 2ஐ உடைய தாயம் B , $BA = C$ ஆகுமாறு தாயம் B ஐயக் காண்க. இங்கு $C = \begin{pmatrix} 9 & -4 \\ 6 & 16 \end{pmatrix}$ ஆகும்.

(b) x, y என்பன, $x - y = a$, $x + y = b$ ஆகுமாறு இணைக்கப்பட்டுள்ள இச்சமன்பாடுகளில் $AX = B$ எனும் வடிவில் எழுதுக. இங்கு A, X, B என்பன தாயங்களாகும்.

A^{-1} இனைக் காண்க.

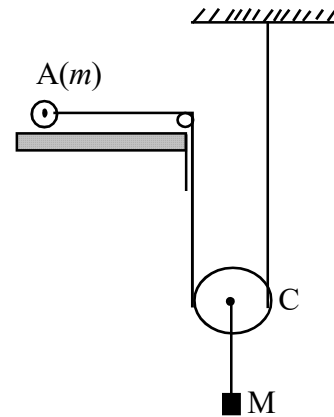
இதிலிருந்து x, y இனை a, b சார்பில் காண்க.

$A^2 \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = B$ எனத் தரப்படுகையில் $(A^2)^{-1}$ இனைக் காணாது, தாயங்களை மாத்திரம் உபயோகித்து p, q இனை a, b சாய்வில் காண்க.

இணைந்த கணிதம் II

பகுதி A

- ஒரு புகையிரதம் 10 km இடைத் தூரத்திலுள்ள A, B என்ற இரு புகையிரத நிலையங்கட்கிடையில் பயணம் செய்கின்றது. அது A யிலிருந்து u என்ற ஆரம்ப வேகத்துடனும் 1 ms^{-2} என்ற ஆர்முடுகலுடனும் ஆரம்பித்து 40 செக்கன்களுக்கு இயங்கி 60 ms^{-1} என்ற வேகத்தை அடைகின்றது. இவ்வேகத்துடன் T செக்கன்கள் இயங்கிய பின்னர் $\frac{1}{2} \text{ ms}^{-2}$ என்ற சீரான அமர்முடுகலுடன் B யில் ஓய்விற்கு வருகின்றது.
 - புகையிரதத்தின் இயக்கத்திற்கான வேக நேர வரைபை வரைக.
 - வரைபிலிருந்து u, T என்பவற்றைக் காண்க.
- A என்ற துணிக்கை வேகம் u உடன் நிலைக்குத்தாக மேல் நோக்கி எறியப்படுகின்றது. A ஆனது அதியுயர் புள்ளியை அடையும் போது B என்ற துணிக்கை அதே புள்ளியிலிருந்து வேகம் $2u$ உடன் நிலைக்குத்தாக மேல் நோக்கி எறியப்படுகின்றது.
 - A, B என்பவற்றின் வேக நேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.
 - B என்ற துணிக்கை எறியப்பட்ட கணத்திலிருந்து அவை சந்திக்க எடுத்த நேரத்தைக் கணிக்க.
- ஒரு கப்பல் கிழக்குத் திசையில் $2u \text{ kmh}^{-1}$ கதியில் இயங்குகின்றது. இரண்டாம் கப்பல் ஒன்று தெ 30° கி என்ற திசையில் $u \text{ kmh}^{-1}$ கதியுடன் இயங்குகின்றது. நண்பகல் 12 மணிக்கு முதலாம் கப்பல் இரண்டாம் கப்பலிற்குத் தெற்கே $d \text{ km}$ தூரத்தில் காணப்பட்டது.
 - B தொடர்பாக Aயின் வேகத்தைக் கணிக்க.
 - இரண்டு கப்பல்களுக்கிடப்பட்ட மிகக்குறைந்த தூரத்தையும் அதற்கு எடுத்த நேரத்தையும் கணிக்க.
- m திணிவுள்ள A என்ற துணிக்கை ஒப்பமான கிடை மேசையின் மீது ஓய்விலுள்ளது. இலேசான நீளா இழையொன்று இத்துணிக்கைக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இவ் இழையானது மேசையோரத்திலுள்ள சிறிய ஒப்பமான நிலைத்த கப்பியின் மேலாகச் சென்று பின்னர் ஒப்பமான இலேசான கப்பி C யின் கீழாகச் சென்று படத்தில் காட்டியவாறு சிலிங்கிலுள்ள நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கப்பி C யானது M திணிவைத் தாங்குகின்றது. C யின் ஆர்முடுகலையும் இழையிலுள்ள இழுவையையும் காண்க.



5. நேரம் t இல் துணிக்கையொன்றின் தானக்காவி \underline{r} , $\underline{r} = a \cos nt \underline{i} + b \sin nt \underline{j}$ ஆகும்; இங்கு $a, b, (a \neq b), n$ என்பன ஒருமைகளும் $\underline{i}, \underline{j}$ என்பன முறையே அச்சுக்கள் Ox, Oy வழியேயான அலகுக் காவிகளும் ஆகும். வேகக்காவி \underline{v} , ஆர்முடுகல்காவி \underline{a} என்பவற்றைக் காண்க. எந்நேரங்களில் வேகம், ஆர்முடுகலுக்குச் செங்குத்தாக இருக்கும் எனக் காண்க.

அதோடு, $\underline{v} \cdot \underline{v} = n^2 (a^2 + b^2 - \underline{r} \cdot \underline{r})$ எனவும் காட்டுக.

6. 1200 kg திணிவுடைய கார் ஒன்று 24 kmh^{-1} என்னும் மாறா வேகத்துடன் கிடையான நேர்ப்பாதையொன்றின் வழியே இயங்குகின்றது. காரின் இயக்கத்திற்கான தடை 600 N ஆகும்.

(i) காரின் எஞ்சின் வேலை செய்யும் வலுவை kW இல் காண்க.

(ii) கார் தற்போது கிடையுடன் α சாய்வுடைய சிறிய குன்று ஒன்றின் மீது மேலேறுகின்றது. இங்கு $\sin \alpha = \frac{1}{24}$ புவியீர்ப்பு விசை தவிர்ந்த ஏனைய தடைவிசை 600 N என்னும் மாறா விசையாகும். எஞ்சின் தற்போது 30 kW வலுவில் வேலை செய்கின்றது எனின், காரின் வேகம் 20 ms^{-1} ஆயுள்ளபோது அதன் ஆர்முடுகலைக் கணிக்க.

7. ஒரு செக்கனில் 100 cm^2 குறுக்குவெட்டுப் பரப்பு கொண்ட குழாயிலிருந்து 0.1 m^3 நீர் வெளியேறின் நீரின் வேகம் 10 ms^{-1} எனக் காட்டுக. இக்குழாயினூடாக 12 m உயரத்தில் 10 ms^{-1} வேகத்தில் நீரை வெளியேற்றும் எஞ்சினின் வலுவைக் கணிக்க. (உராய்வைத் தவிர்க்க.)

8. M திணிவுள்ள துப்பாக்கி ஒன்று அழுத்தமான ரயில் பாதையொன்றில் ஓய்விலுள்ளது. அதன் சுடும் திசை தண்டவாளம் வழியேயுள்ளது. m திணிவுள்ள குண்டொன்று துப்பாக்கிக்குச் சார்பாக v வேகத்துடன் சுடப்படுகின்றது. துவக்கினது ஏற்றக்கோணம்

α எனின், குண்டின் ஆரம்ப இயக்கத்திசையானது கிடையுடன் $\tan^{-1} \left[\frac{M + m}{M} \tan \alpha \right]$

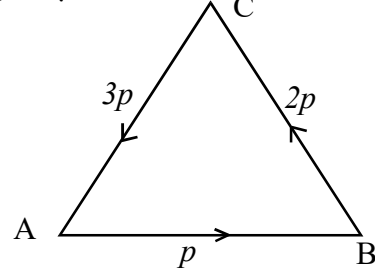
என்ற கோணத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

9. முறையே $m, 2m, 3m$ திணிவு கொண்ட A, B, C என்ற 3 துணிக்கைகள் கிடையான மேசையொன்றின் மீது இதே ஒழுங்கில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. அடுத்துள்ள இரு துணிக்கைகளுக்கிடையே தூரம் a ஆகும். $2a$ நீளம் கொண்ட இலேசான நீளா இழையொன்றினால் A, B இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இதே போன்ற இன்னொரு இழையால் B, C என்பனவும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. A ஆனது CBA யின் திசையில் v வேகத்துடன் எறியப்படும் எனின், இரு இழைகளும் இறுக்கமானதும் C இயங்கத் தொடங்கும் வேகத்தைக் காண்க. C யானது இயக்கத்துக்கு இழுக்கப்படும்போது BC, AB என்பவற்றிலுள்ள கணத்தாக்கிமுனைக்கிடையே விநிகிதம் 3:1 எனக் காட்டுக. மேலும் C இயங்கத் தொடங்கியபின் மொத்தச் சக்தி இழப்பையும் காண்க.
10. முறையே $m, 4m$ திணிவு கொண்ட A, B என்னும் சீரான சிறிய ஒப்பமான கோளங்கள் முறையே $2u, 6u$ வேகங்களுடன் ஒன்றையொன்று நோக்கி இயங்குகின்றன. கோளங்களுக்கிடையே மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{2}$ ஆகும்.
- (i) மொத்தலின் பின் B யின் வேகத்தைக் கணிக்க.
- (ii) ஒரு கோளத்திலிருந்து மற்றக் கோளத்திற்கு மாற்றப்பட்ட உந்தத்தையும் காண்க.
11. முறையே $m, 4m$ திணிவு கொண்ட A, B என்ற துணிக்கைகள் ஒரு அழுத்தமான கிடை மேசை மீது இயங்கக்கூடியவாறு உள்ளன. ஆரம்பத்தில் A ஆனது u என்ற வேகத்துடன் இயங்கி ஓய்விலுள்ள B யுடன் நேரடியாக மோதுகின்றது. மொத்தலின் காரணமாக A யின் திசை புறமாற்றமடைகின்றது. இரு துணிக்கைகளுக்குமிடையே மீளமைவுக் குணகம் e . மொத்தல் நடைபெற்றவுடன் A, B என்பவற்றின் வேகங்களுக்கான கோவைகளைப் பெறுக. தொடரும் இயக்கத்தில் B யானது அழுத்தமான நிலைக்குத்துச் சுவர் ஒன்றுடன் மோதி பின்னுதைக்கின்றது. சுவரானது B யின் இயக்கத்திற்கு செங்குத்தாகவுள்ளது. B யிற்கும் சுவருக்கும் இடையே மீளமைவுக் குணகம் $\frac{4}{5}$ ஆகும். A, B என்பவற்றிற்கிடையே இரண்டாம் மொத்தல் நிகழும் எனின் $\frac{1}{4} < e < \frac{9}{16}$ எனக் காட்டுக.
12. நிலைக்குத்தான குன்று ஒன்று $73.5m$ உயரமானது. A, B என்ற கற்கள் ஒரே சமயத்தில் எறியப்படுகின்றன. A யானது குன்றின் உச்சியிலிருந்து கிடையாக $28ms^{-1}$ வேகத்துடனும் B யானது குன்றின் அடியிலிருந்து $35ms^{-1}$ வேகத்துடன் α ஏற்றக் கோணத்திலும் எறியப்படுகின்றது. கற்கள் ஒரே நிலைக்குத்துத்தளத்தில் புவியீர்ப்பின் கீழ் சுயாதீனமாக இயங்கி நடுவானில் மோதுகின்றன.
- (i) $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ எனக் காட்டுக.
- (ii) கற்கள் எறியப்பட்ட கணத்திலிருந்து அவை மோதுவதற்கிடையே நேரத்தையும் கணிக்க. ($g = 9.8ms^{-2}$)

13. ஒரு எறிபடையானது எறிபுள்ளியிலிருந்து a கிடைத்தூரத்திலும் $\frac{a}{2}$ உயரத்திலுமுள்ள புள்ளியை அடிக்குமாறு $\sqrt{2ag}$ என்னும் கதியுடன் எறியப்படுகின்றது. இயல்தகு இரு எறியற்கோணங்களையும் கணிக்க. இவ்விரு பாதைகளுக்குமான நேரங்களுக்குரிய விகிதங்களையும் கணிக்க.
14. a நீளமும் மீள்தன்மை மட்டு $2mg$ கொண்டதுமான AB என்ற இழையின் ஒரு முனை A நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. மறுமுனை B யில் m திணிவுள்ள துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு $\sqrt{\frac{3g}{4a}}$ கோண வேகத்துடன் கிடைவட்டங்களை ஆக்குகின்றது. இழையிலுள்ள நீட்சியையும் இழைக்கும் நிலைக்குத்திற்குமிடைப்பட்ட கோணத்தின் கோசனையும் காண்க.
15. $2kg$ திணிவுள்ள சிறிய மணியொன்று நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள $0.6m$ ஆரையுள்ள அழுத்தமான வட்டக்கம்பியொன்றில் கோர்க்கப்பட்டுள்ளது. மணியானது கம்பியின் அதியுயர் புள்ளியிலிருந்து மெதுவாக நழுவவிடப்படும் எனின், அது கம்பியின் அதிதாழ் புள்ளியை அடையும்போது அதன் வேகத்தைக் கணிக்க. மேலும் கம்பிக்கும் மணிக்கும் இடைப்பட்ட மறுதாக்கம் பூச்சியாகும்போது கம்பியின் மையத்திற்கு மேலே மணியின் உயரத்தையும் கணிக்க. ($g = 10ms^{-2}$)
16. துணிக்கை ஒன்று நேர்கோட்டில் எளிய இசை இயக்கத்தில் இயங்குகிறது. அலைவு மையத்திலிருந்து துணிக்கையின் தூரங்கள் $1.2m, 0.9m$ ஆக இருக்கையில் அதன் வேகங்கள் முறையே $0.9ms^{-1}, 1.2ms^{-1}$ ஆகும். வீச்சும், அலைவு காலம் என்பவற்றைக் காண்க.
17. இயற்கை நீளம் a உம் மீள்தன்மை மட்டு $2mg$ உம் உடைய மீள்தன்மை இழை ஒன்றின் நடுப்புள்ளிக்கு m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் நுனிகள் ஒரு நிலைக்குத்துக் கோட்டில் $2a$ இடைத்தூரத்திலுள்ள இரு புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. சமநிலைத்தானத்தில் இழையின் இரு பகுதிகளும் இறுக்கமாக உள்ளன. துணிக்கைக்கு நிலைக்குத்தாக சிறிய இடப்பெயர்ச்சி கொடுக்கப்பட்டபோது அது எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றினால் இயக்கத்தின் அலைவு காலத்தைக் காண்க.

18. ABC ஒரு சமபக்க முக்கோணி. பக்க நீளம் $2a$ ஆகும். விசைகள் $p, 2p, 3p$ என்பன முறையே $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ வழியே தாக்குகின்றன.

- (i) விசைத் தொகுதியின் விளையுளின் பருமனையும் திசையையும் காண்க.
(ii) விளையுளின் தாக்கக்கோடு நீட்டப்பட்ட BA ஐ வெட்டும் புள்ளியின் தூரத்தை A யிலிருந்து காண்க.



19. ABCD ஒரு செவ்வகம். $AB = 4a, BC = 3a$ ஆகும். விசைகள் $2p, 4p, 6p, 7p, 5p$ என்பன முறையே $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{AC}$ வழியே தாக்குகின்றன. தொகுதி ஓர் இணைக்கு ஒருங்குமெனக் காட்டி, இணையின் திருப்பத்தையும் காண்க. \overline{BC} வழியே தாக்கும் விசை நீக்கப்படின் புதிய விசைத் தொகுதியின் விளையுளின் பருமன், திசை, தாக்கக்கோடு என்பவற்றைக் காண்க.

20. $2a$ நீளமும் W நிறையும் உடைய சீரான கோல் AB. A யில் ஒரு நிலையான புள்ளிக்கு பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. B யில் பிரயோகிக்கப்படும் பருமன் P ஐ உடைய விசையினால் இக்கோல் கீழ் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ என்னும் கோணத்தில் சமநிலையில் பேணப்படுகின்றது. விசை முக்கோணியை உபயோகித்து,
(i) விசை P கிடையாக இருப்பின் P யின் பருமனைக் காண்க.
(ii) P யின் மிகச் சிறிய பெறுமானத்தையும் அதன் திசையையும் காண்க.

21. $9cm$ ஆரையும் W நிறையும் உடைய ஒரு கோளம் ஒப்பமான சாய்தளம் (கோணம் 30°) ஒன்றில் ஓய்விலுள்ளது. இக்கோளம் அதன் மேற்பரப்பில் உள்ள புள்ளிக்கு இழை ஒன்றினால் இணைக்கப்பட்டு, இழையின் மறுமுனை தொடுகைப் புள்ளியிலிருந்து $12cm$ தூரத்தில் சாய்தளத்தில் அதி உயர் சரிவுக் கோட்டிலுள்ள ஒரு புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

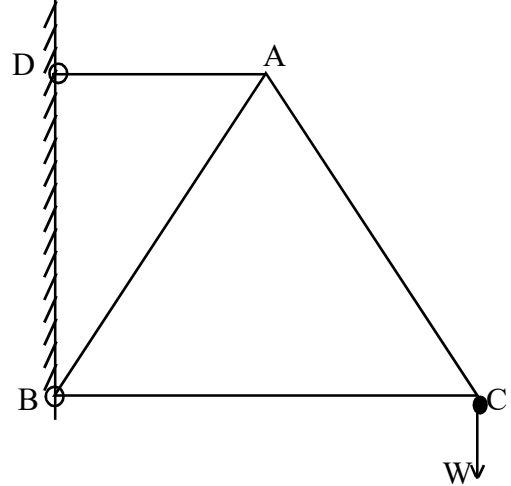
கோளத்தின் மீது தாக்கும் விசைகளைக் குறிக்க.

கோளத்தின் சமநிலைக்கு விசை முக்கோணியை வரைந்து இதிலிருந்து,

- (i) இழையின் இழுவை
(ii) தளத்தினால் கோளத்தின் மீது மறுதாக்கம் என்பவற்றைக் காண்க.

22. ஒவ்வொன்றும் a நீளமும் W நிறையும் உடைய AB, BC, CA எனும் மூன்று கோல்கள் ஒப்பமாக மூடப்பட்டு முக்கோணி ABC அமைக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சட்டப்படல் நிலைக்குத்துத்தளம் ஒன்றில் AC கிடையாக இருக்குமாறு A, C எனும் ஒப்பமான தாங்கிகள் மீது தாங்கப்படுகின்றது. B, AC யிற்கு மேலாக உள்ளது. W நிறையுடைய திணிவு ஒன்று AB யில் D எனும் புள்ளியில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு $AD = \frac{a}{3}$ ஆகும். AB, BC இற்கிடையேயான மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

23. சட்டப்படல் ஒன்று படத்தில் காட்டியவாறு நான்கு இலேசான கோல்களைக் கொண்டுள்ளது. $AB = BC = CA = 2a$ உம் $AD = a$ உம் ஆகும். நிலைக்குத்துச் சுவரிலுள்ள B, D எனும் புள்ளிகளுக்கு ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. C இல் நிறை W தொங்க விடப்பட்டுள்ளது. BC கிடையாக உள்ளது.



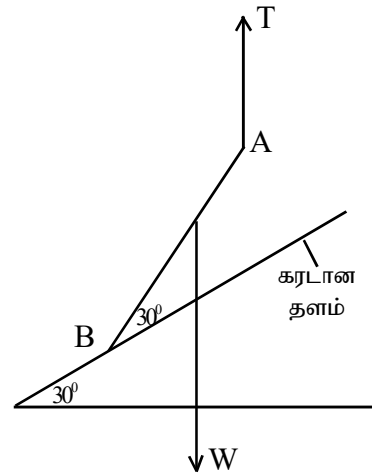
போவின் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தித் தகைப்பு வரிப்படம் வரைந்து ஒவ்வொரு கோலிலும் விசைகளைக் காண்க. இழுவை, உதைப்பு என்பவற்றை வேறுபடுத்துக.

24. α சாய்வுள்ள கரடான சாய்தளம் ஒன்றிலுள்ள m திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று தளத்தில் கீழ் நோக்கி வழக்குதலை மட்டுமட்டாகத் தடுப்பதற்குத் தளத்திற்குச் சமாந்தரமாக மேல் நோக்கி பிரயோகிக்கக்கூடிய விசை P யும் அப்பொருளை மேல்நோக்கி மட்டுமட்டாக இயக்குவதற்குத் தளத்தின் வழியே பிரயோகிக்கப்படும் விசை $3P$ யும் ஆகும். தளத்தின் உராய்வுக் குணகம் μ எனின், $2\mu = \tan \alpha$ எனக் காட்டுக.

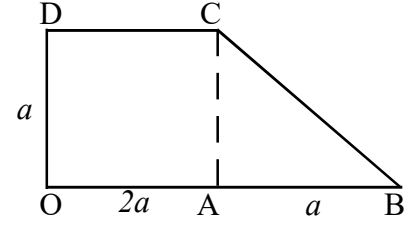
25. W நிறையுடைய சீரான கோல் AB படத்திற் காட்டியவாறு நிலைக்குத்துத் தளம் ஒன்றில் சமநிலையிலுள்ளது. ஒரு நிலைக்குத்து இழை A யிற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

- (i) இழுவை T ஐ W சார்பாகக் காண்க.
(ii) சமநிலைக்கு μ இன் இழிவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இங்கு μ, B யிலுள்ள உராய்வுக் குணகமாகும்.



26. ஒரு சீரான அடர் OABCD ஆனது OACD என்ற செவ்வகத்தையும் செங்கோண முக்கோணி ABC ஐயும் கொண்டுள்ளது. $OA = 2a$, $OD = a$, $AB = a$ ஆகும்.



- (i) அடரின் புவியீர்ப்பு மையத்தூரங்களை OB, OD என்பவற்றிலிருந்து காண்க.
- (ii) அடர் O யிலிருந்து தொங்கவிடப்படும் போது OB கிடையுடன் ஆக்கும் கோணத்தையும் காண்க.
27. A, B என்பன $P(B') = \frac{2}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$, $P(A/B) = \frac{3}{4}$ ஆகும். இரு நிகழ்ச்சிகளாகும். $P(B)$, $P(A \cap B)$, $P(A)$, $P(A' \cup B')$ என்பவற்றைக் காண்க.
28. (a) A, B என்பன $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$ ஆகும். ஒன்றையொன்று சாராத இரு நிகழ்ச்சிகளாகும்.
- (i) $P(A \cup B)$
- (ii) $P(A' \cap B')$ என்பவற்றைக் காண்க.
- (b) இயந்திரம் ஒன்றினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் குமிழ்களில் 20% மானவை பழுதானவை எனின், தெரியப்பட 4 குமிழ்களில் 3 பழுதானவையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தவைக் கணிக்க.
29. 9 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகளின் விபரம் கீழே தரப்படுகின்றது.
7, 11, 5, 8, 13, 12, 11, 9, 14 பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.
- (i) இடை
- (ii) இடையம்
- (iii) நியமவிலகல்
- (iv) ஓராயக் குணகம்

பகுதி B

- (01) (a) ஒரு துணிக்கை P ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு சீரான ஆர்முடுகல் a உடன் ஒரு நேர்கோட்டில் இயங்குகின்றது. t செக்கன்களின் பின் Q என்னும் ஒரு துணிக்கை அதே புள்ளியிலிருந்து ஆரம்ப வேகம் u உடன் புறப்பட்டு $\frac{3a}{2}$ என்னும் சீரான ஆர்முடுகலுடன் இயங்குகின்றது. துணிக்கை P, Q ஒரே திசையில் இயங்கி ஒரே நேரத்தில் ஒரே உயர் வேகத்தை அடைகின்றது. உயர் வேகத்தை அடைந்தவுடன் முறையே $a, 2a$ என்னும் சீரான அமர்முடுகல்களுடன் இயங்கி ஓய்விற்கு வருகின்றன.
- P, Q இன் இயக்கத்திற்கான வேக - நேர வரைபுகளை ஒரே படத்தில் வரைக. இதிலிருந்து;
- (i) உயர் கதி $3at - 2u$ எனக் காட்டுக.
- (ii) இரண்டினதும் பிரயாணத்திற்கான நேர வித்தியாசம் $\frac{5t}{2} - \frac{u}{a}$ எனக் காட்டுக.
- (iii) இரண்டும் சென்ற தூரங்களைக் காண்க.
- (b) இரு நேரான தெருக்கள் OA, OB என்பன கூர்ங்கோணம் α இல் சந்திக்கின்றன. ஒரு வண்டி P ஆனது O வை நோக்கி AO திசையில் சீரான கதி u உடனும் அதே நேரம் இரண்டாவது வண்டி Q ஆனது O இற்கு அப்பால் OB திசையில் சீரான கதி V உடனும் இயங்குகின்றது. $t = 0$ இல் வண்டி P, O லிருந்து a தூரத்திலும், Q ஆனது O இலும் உள்ளன. Q தொடர்பான P இன் வேகத்தைக் காண்க.
- (i) இரு வண்டிகளுக்கிடையிலான கிட்டிய தூரம் $\frac{av \sin \alpha}{\sqrt{u^2 + v^2 + 2uv \cos \alpha}}$ எனக் காட்டுக. அதற்கு எடுத்த நேரத்தினைக் காண்க.
- (ii) அவை மிகக்கிட்டிய தூரத்திலிருக்கும்போது O விலிருந்து அவற்றின் தூரங்களுக்கிடையேயான விகிதம் $v + u \cos \alpha : u + v \cos \alpha$ எனக்காட்டுக.
- (02) (a) W நிறையுடைய வண்டியொன்றின் உயர்வலு H ஆகும். உராய்வு மற்றும் வளி போன்றவற்றிலான மாறாத் தடைவிசை R ஆகும். வண்டி $\sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right)$ என்ற சரிவில் மேல்நோக்கி உயர்கதி v உடனும் அதே சரிவில் கீழ்நோக்கி உயர்கதி $2v$ உடனும் இயங்கக்கூடியது. R இனை w, n உறுப்புக்களில் காண்க. மட்டமான விதியில் வண்டியின் உயர்கதி u ஆகும். தரப்பட்ட சரிவிலே மேல் நோக்கி $\frac{u}{2}$ என்னும் கதியில் செல்லும்போது அதன் உயர் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

- (b) ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான திசைகளில் $\underline{i}, \underline{j}$ அலகுக் காவிகளையுடைய ஒரு தளத்தில் A, B என்னும் இரு துணிக்கைகள் இயங்குவதற்குச் சுயாதீனமுடையன. A இன் வேகம் $(-3\underline{i} + 2q\underline{j})ms^{-1}$ ஆகவும் B இன் வேகம் $v(\underline{i} + 7\underline{j})ms^{-1}$ ஆகவும் உள்ளது; இங்கு v ஒரு மாறிலி. A தொடர்பான B இன் வேகத்தைத் துணிந்து நேரம் t இல் காவி \overline{AB} இனைக் காண்க. $t = 0$ இல் $\overline{AB} = (-56\underline{i} + 8\underline{j})m$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

துணிக்கைகள் ஒன்றுடன் ஒன்று மோதுமாயின் v இனைக் காண்க.

$v = 3$ எனின், நேரம் t இல் \overline{AB} ஆனது, $\overline{AB} = (6t - 56)\underline{i} + 8(1 - t)\underline{j}$ இனால் தரப்படும் எனக் காட்டுக.

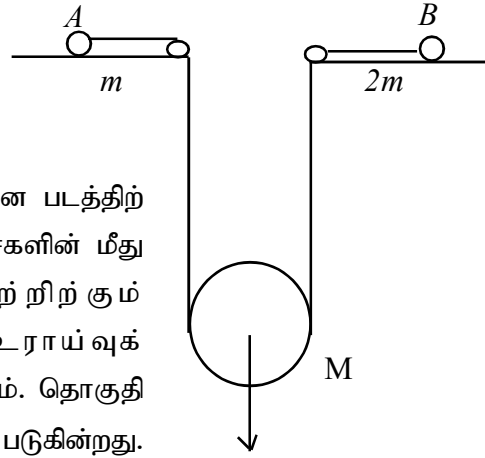
இதிலிருந்து A, B மிகக் கிட்ட இருக்கும்போது t இனைக் காண்க.

பெறப்பட்ட t இன் பெறுமானத்திற்கு $v = 3$ ஆகும்போது பொருத்தமான எண்ணிப் பெருக்கத்தைக் கருதி, \overline{AB} ஆனது A தொடர்பான B இன் வேகத்திற்குச் செங்குத்து எனக் காட்டுக.

- (03) (a) $m, 2m$ திணிவுள்ள A, B என்னும்

இரு துணிக்கைகள் M திணிவுள்ள இயங்கு கப்பியொன்றின் கீழாகச் செல்கின்ற ஒரு நீளா இழையினால்

இணைக்கப் பட்டுள்ளன. A, B என்பன படத்திற்கு காட்டியவாறு கரடான கிடை மேசைகளின் மீது ஓய்கின்றன. A, B என்பவற்றிற்கும் மேசைக்குமிடையேயுள்ள உராய்வுக் குணகங்கள் முறையே μ, μ' ஆகும். தொகுதியானது ஓய்விலிருந்து இயங்க விடப் படுகின்றது.



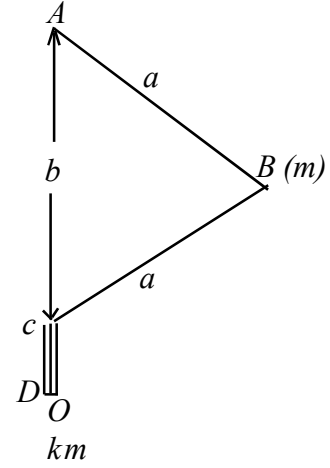
- (i) இழையிலுள்ள இழுவை $\frac{2Mmg(2 + \mu + \mu')}{(3M + 8m)}$ எனக் காட்டுக.

- (ii) $\mu > 2\mu'$ எனத் தரப்படும்போது இயக்கம் நடைபெறுவதற்கு

$$\frac{\mu}{\mu' + 2} < \frac{M + 8m}{2M} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

- (b) $AB = BC = a$ ஆகுமாறுள்ள ABCD என்ற நீளா இழையொன்றின் ஒரு முனை A யிற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. CD என்ற மெல்லிய ஒடுங்கிய குழாயானது $AC = b$ ஆகுமாறும் ACD நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறு A யிற்குக் கீழே நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. இழையின் முனை D யானது குழாயினூடாக கோர்க்கப்பட்டு குழாயினூடு செல்ல முடியாத km என்ற திணிவிற்கு இணைக்கப் பட்டுள்ளது. m திணிவு B யில் இழைக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. km ஆனது D யுடன் தொடுகையிலுள்ளவாறு B யானது

AC பற்றி மாறாக் கோண வேகம் w உடன் கிடைவட்டம் ஒன்றை வரைகின்றது. இழையின் இரு பகுதிகளிலுள்ள இழுவைகளையும் குழாயினால் D யில் பிரயோகிக்கப்படும் நிலைக்குத்து விசையையும் காண்க. மேலும், $w^2 ab \geq 2g(a + kb)$ எனவும் நிறுவுக. இழை அறுந்துவிடாமல் தாங்கக்கூடிய அதிகூடிய இழுவை λmg எனின், இயக்கம் சாத்திய மாவதற்கு $(\lambda - k)b \geq 2a$ எனக் காட்டுக.



(04) (a) ஒரு கிடையான அழுத்தமான மேசையொன்றின் மீது சமதிணிவு m ஐ உடைய A, B, C என்ற துணிக்கைகள் $AB = BC = d$ ஆகுமாறு ஓர் நேர்கோட்டின் வழியே உள்ளன. A யானது B ஐ நோக்கி வேகம் u உடனும் அதே கணம் B யானது C ஐ நோக்கி அதே வேகம் u உடனும் மேசை வழியே எறியப்படுகின்றன. எந்த இரண்டு துணிக்கைக்கிடையே மீளமைவுக் குணகம் e எனின்,

- A யானது B ஐ மோத எடுத்த நேரம் யாது?
- மேலே நடைபெறும் மொத்தல் வரை A இயங்கிய தூரத்தைக் காண்க.
- B யிற்கும் C யிற்குமிடையே இன்னுமொரு மொத்தல் நடைபெறும் எனக் காட்டுக.

(b) m திணிவுள்ள P என்ற துணிக்கை a என்ற ஆரையும் O வை மையமாகவும் கொண்ட நிலைப்படுத்தப்பட்ட பொட் கோளம் ஒன்றின் அழுத்தமான உள்மேற்பரப்பின் வழியே O இனூடான நிலைக்குத்து வட்டமொன்றில் இயங்குகின்றது. துணிக்கையானது கோளத்தின் அதிதாழ் புள்ளியிலிருந்து கிடைவேகம் u உடன் எறியப்படுகின்றது. இங்கு $u^2 > 2ag$ OP யானது மேல்முக நிலைக்குத்துடன் θ கோணம் அமைக்கும்போது துணிக்கையின் வேகம் v ஆயும் கோளத்திற்கும் துணிக்கைக்குமிடையே செவ்வன் மறுதாக்கம் R ஆயும் உள்ளது. V, R என்பனவற்றிற்கான கோவைகளை m, a, u, θ, g ஆகிய உறுப்புக்களில் காண்க. $u^2 < 5ag$ எனின், துணிக்கையானது கோளத்தின் அதியுயர் புள்ளியை அடைய முன்பு கோளத்தை விட்டு விலகும் எனக் காட்டுக. மேலும் அது கோளத்தை விட்டு விலகும்போது $\cos \theta$ இன் பெறுமானத்தை u, a, g ஆகிய உறுப்புகளில் காண்க. துணிக்கையானது A என்ற புள்ளியில் கோளத்தை விட்டு விலகி அதன் எறிபாதை, AB என்ற நேர்கோடு விட்டமாக அமையுமாறு கோளத்தை B யில் சந்திப்பின் OA யானது நிலைக்குத்துடன் 45° அமைக்கும் எனக் காட்டி இதற்கான u இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

- (05) (a) கிடைநிலத்திலிருந்து h உயரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து துணிக்கை ஒன்று α ஏற்றக்கோணத்தில் எறியப்படுகின்றது. துணிக்கை கிடை நிலத்தை எறியல் புள்ளியிலிருந்து $2h$ கிடைத்தூரத்தில் அடிக்கிறது. எறியல் வேகத்தை g, α, h இன் உறுப்புக்களில் காண்க. துணிக்கை நிலத்தை அடிக்கும்போது துணிக்கையின் இயக்கத்திசை கிடையுடன் β கோணத்தை ஆக்குமெனின் $\tan \beta = 1 + \tan \alpha$ எனக்காட்டுக.
- (b) M திணிவும் கோணம் α உம் உள்ள ஆப்பு ஒன்று, கோணம் α ஆக அமைந்த ஒப்பமான சாய்தளத்தில் ஆப்பின் மேன்முகம் கிடையாக இருக்குமாறு வைக்கப்படுகிறது. தொடக்கத்தில் இத்தொகுதி ஓய்விலிருக்கும்போது m திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று ஒப்பமான கிடையான ஆப்பின் மேன்முகத்தில் வைக்கப்படுகிறது. தொகுதி ஓய்வில் இருந்து விடப்பட்டால் ஆப்பினது ஆர்முடுகலைக் காண்க. ஆப்பிற்கும் தளத் திற்குமிடையிலான மறுதாக்கம் $\frac{M(M+m)g \cos \alpha}{M+m \sin^2 \alpha}$ எனக் காட்டுக.
- (06) A, B என்பன ஒரு அழுத்தமான கிடை மேசையொன்றின் மீது $8l$ இடைத்தூரத்திலுள்ள இரு புள்ளிகளாகும். AB இற்கிடையில் ஒரு துணிக்கையானது A யிற்கு ஒரு முனை இணைக்கப்பட்ட இயற்கை நீளம் $2l$, மீள்தன்மை மட்டு λ கொண்ட ஒரு இழையாலும் B யிற்கு ஒரு முனை இணைக்கப்பட்ட இயற்கை நீளம் $3l$ மீள்தன்மை மட்டு 4λ கொண்ட இன்னொரு இழையாலும் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. M என்பது AB யின் நடுப்புள்ளியாகும். துணிக்கையானது M இற்கும் B யிற்குமிடையிலான புள்ளி O வில் சமநிலையிலுள்ளது. $OM = \frac{2l}{11}$ எனக்காட்டுக. துணிக்கையானது புள்ளி M இல் பிடிக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படும்போது அது எளிமை இசை இயக்கத்தை ஆக்கும் எனக்காட்டி அலைவு காலத்தையும் காண்க. துணிக்கை M இலிருந்து $\frac{3l}{11}$ தூரத்தில் B ஐ நோக்கி இயங்கும்போது அதன் வேகத்தைக் கணிக்க.
- (07) m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை இயற்கை நீளம் $6a$ உம் மீள்தன்மைமட்டு $3mg$ உம் கொண்ட இழையின் ஒரு முனைக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மறுமுனை கிடையுடன் 30° யில் சாய்ந்துள்ள அழுத்தமான சாய்தளமொன்றிலுள்ள புள்ளி O இற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையானது சாய்தளத்தின் அதியுயர் சரிவுக் கோட்டின் வழியே இருக்குமாறு துணிக்கையானது சாய்தளத்திலுள்ள புள்ளி C யில் ஓய்விலுள்ளது. OC இன் நீளத்தைக் காண்க.

தற்போது துணிக்கையானது தளத்தின் அதியுயர் சரிவுக் கோட்டின் வழியே கீழ்நோக்கி மேலும் $2a$ தூரம் இழுக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. t நேரத்தின் பின்னர் துணிக்கையானது C யிலிருந்து x தூரம் இடப்பெயர்ச்சி அடைந்துள்ளது. இங்கு x இன் நேரத்திசையானது தளத்தின் வழியே கீழ்நோக்கியுள்ளது. சக்தி காப்புத் தத்துவத்தை பயன்படுத்தி இழை தொய்யும் வரை x ஆனது $\ddot{x} + \frac{g}{2a}x = 0$ எனும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டை திருப்தி செய்கின்றது எனக் காட்டுக.

$$\text{இங்கு } \omega^2 = \frac{g}{2a}$$

$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ என்பது மேலே தரப்பட்ட வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு எனத் தரப்படின் A, B என்பவற்றை a இன் உறுப்புக்களில் காண்க. இதிலிருந்து இழை தொய்வதற்கு எடுக்கும் நேரத்தையும் அப்போது துணிக்கையின் கதியையும் காண்க.

- (08) (a) ABC என்பது $2a$ பக்கமுள்ள ஒரு சமபக்க முக்கோணி ஆகும். A, B, C என்ற புள்ளிகள் பற்றி முக்கோணி ABC யின் தளத்தில் தாக்கும் விசைத்தொகுதியொன்றின் ஒரு போக்கிலான திருப்பங்கள் முறையே $M, \frac{M}{2}, 2M$ ஆகும். தரப்பட்ட விசைத்தொகுதியின் விளையுளின் பருமன் $\sqrt{\frac{7}{12}} \frac{M}{a}$ எனக்காட்டி AB யுடன் விளையுளினது திசையையும் காண்க. விளையுளின் தாக்கக்கோடு AB யை D இல் வெட்டும் எனில் AD ஐக் காண்க.

- (b) இலேசான நீளா இழையின் ஒரு முனை a ஆரையுள்ள ஒரு பாரமான சீரான கோளம் ஒன்றின் மேற்பரப்பிலுள்ள ஒரு புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மறுமுனையானது கரடான நிலைக்குத்துச் சுவரிலுள்ள ஒரு நிலைத்த புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கோளம் சுவரிலுள்ள குறித்த புள்ளிக்குக் கீழே h தூரத்தில் சுவரிலுள்ள புள்ளியைத் தொட்ட வண்ணம் ஓய்கின்றது. கோளம் சுவரைத் தொடும் புள்ளி கீழ் நோக்கி வழுக்கும் நிலையில் உள்ளது. சுவருக்கும் கோளத்திற்குமிடையிலான உராய்வுக் குணகம் μ எனின் இழை நிலைக்குத்துடன் அமைக்கும் கோணத்தைக் காண்க. $\mu = \frac{h}{2a}$ ஆயும்

கோளத்தின் நிறை W ஆயும் இருப்பின் இழையிலுள்ள இழுவை $\frac{W}{2\mu} \sqrt{1 + \mu^2}$

எனக் காட்டுக.

(09) (a) $ABCDEF$ என்பது $2a$ நீளமுடைய பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு ஒழுங்கான அறுகோணி $P, P, Q, P, \sqrt{3} N$ என்னும் விசைகள் முறையே \overline{AB} , \overline{DA} , \overline{CE} , \overline{AE} என்பனவற்றின் வழியே தாக்குகின்றன.

- (i) தொகுதியானது ஒரு இணைக்கு ஒடுங்க முடியாது எனக்காட்டுக.
- (ii) $Q = \sqrt{3}P$ ஆகும்போது தொகுதியின் விளையுளைக் காண்க.
- (iii) விளையுளின் தாக்கக்கோடு AB ஐ G இல் வெட்டும் எனின், AG ஐக் காண்க.

(b) W நிறையுடைய இரு சமச்சீர்க் கோல்கள் AB, BC என்பன B யில் சுயாதீனமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. தொகுதியானது A யிலிருந்து சுயாதீனமாக தொங்கவிடப்பட்டு அதி தாழ்புள்ளி C யில் ஒரு கிடை விசை P பிரயோகிக்கப்படுகின்றது. சமநிலையில், AB யானது கீழ் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் 30° கோணம் அமைக்கின்றது எனின், இதற்கு ஒத்த BC யின் சாய்வைக் கண்டு $P = \frac{W\sqrt{3}}{2}$ எனக் காட்டுக. B யிலுள்ள விளையுள் மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

(10) (a) முறையே $3W, W$ நிறையும் சமநீளமும் கொண்ட AB, AC என்னும் இரு சீரான கோல்கள், A யில் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டு அவற்றின் முனைகள் B, C என்பன கரடான கிடைத்தளம் ஒன்றில் தங்கியிருக்கத்தக்கவாறு நிலைக்குத்துத்தளம் ஒன்றில் சமநிலையில் உள்ளன. B, C என்பவற்றிலுள்ள உராய்வுக்குணகம் μ ஆகும். R, S என்பன முறையே AB, AC என்பவற்றில் தளத்திலுள்ள நிலைக்குத்து மறுதாக்கங்களாயும் $\hat{BAC} = 2\theta$ ஆயும் இருப்பின்,

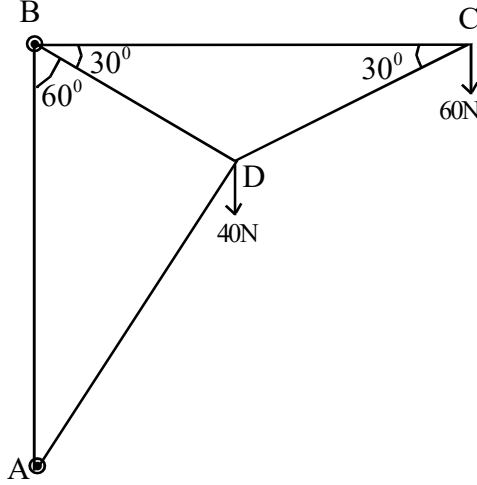
$$(i) \quad R = \frac{5}{2}w, S = \frac{3}{2}w \text{ எனக்காட்டுக.}$$

θ பூச்சியத்திலிருந்து அதிகரிக்கும்போது B, C யில் எப்புள்ளியில் முதலில் வழக்கல் ஏற்படும் எனக் குறிப்பிட்டு,

$$(ii) \quad \tan \theta \leq \frac{3\mu}{2} \text{ என நிறுவுக.}$$

மேலும் $\tan \theta = \frac{3\mu}{2}$ போது ஒரு கோலில் மற்றைய கோலின் மீதான மறுதாக்கம் நிலைக்குத்துடன் $\tan^{-1}(3\mu)$ என்ற கோணம் அமைக்கின்றது எனக் காட்டுக.

- (b) தரப்பட்டுள்ள சட்டப்படலில் $BC = 6a$ ஆகும். இச்சட்டப்படல் A யில் பிணைக்கப்பட்டு BD யிற்குச் செங்குத்தாக B யில் கீழ்நோக்கி பிரயோகிக்கப்படும் ஓர் விசையால் BC கிடையாக இருக்குமாறு பேணப்படகின்றது. C, D என்பவற்றில் முறையே $60N, 40N$ நிறைகள் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளன. பின்வருவனவற்றைக் காண்க.



- (i) B யிலுள்ள விசை
(ii) பிணையலிலுள்ள விசையின் பருமன், திசை
(iii) போவின் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி தகைப்பு வரிப்படம் வரைந்து ஒவ்வொரு கோலிலுமுள்ள தகைப்புக்களைக் கண்டு இழுவை, உதைப்பு என்பவற்றை வேறுபடுத்துக.

- (11) (a) $\underline{i}, \underline{j}$ என்பன முறையே அச்சக்கள் Ox, Oy என்பவற்றின் வழியேயான அலகுக்காவிகளாகும். விசைகள் $F_1 = 3\underline{i} + 4\underline{j}$, $F_2 = -\underline{i} + 6\underline{j}$, $F_3 = -3\underline{i} - 3\underline{j}$ என்பன முறையே $r_1 = 2\underline{i} + 3\underline{j}$, $r_2 = 6\underline{i} + \underline{j}$, $r_3 = -3\underline{i} + 2\underline{j}$ என்பவற்றைத் தானக் காவிகளாகவுடைய புள்ளிகளில் தாக்குகின்றன. விளையுள் விசை \underline{R} ஐயும் விளையுளின் தாக்கக் கோட்டின் தெக்காட்டின் சமன்பாட்டையும் காண்க. தொகுதிக்கு உற்பத்தியில் \underline{E}_4 என்ற நான்காம் விசையும் தளத்திலுள்ள இணை \underline{G} உம் சேர்க்கப்படும் போது தொகுதி சமநிலையில் இருக்குமெனின் $\underline{E}_4, \underline{G}$ என்பனவற்றைக் காண்க.

- (b) முக்கோணம் ABC இல் $\lambda \overline{BC}, \mu \overline{CA}, \gamma \overline{AB}$ என்னும் விசைகள் முறையே BC, CA, AB வழியே தாக்குகின்றன. $\lambda = \mu = \gamma$ எனின், எனின் மட்டும் தொகுதி ஒரு இணைக்கு ஒடுங்கும் எனக் காட்டுக.

- (c) கிடையுடன் α சாய்வுள்ள தளத்தில் Mkg திணிவை மேல்நோக்கி அசையச் செய்யும் மிகக் குறைந்த விசை P ஆகும். துணிக் கைக்கும் தளத்திற்குமிடைப்பட்ட உராய்வுக்கோணம் λ எனின், $P = Mg \sin(\lambda + \alpha)$ எனக் காட்டுக.

துணிக்கை மீது தளத்திற்கு சமாந்தரமாக தாக்கி துணிக்கையை மேல்நோக்கி அசையச் செய்யும் மிகக் குறைந்த விசை $P \sec \lambda$ எனக் காட்டுக.

- (12) (a) a ஆரையும் W நிறையும் உடைய சீரான வட்ட அடர் ஒன்று, ஒவ்வொன்றும் கிடையுடன் α சாய்வுடைய இரு கரடான சாய்தளங்களுக்கிடையில் தனது தளம் நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறு ஓய்விலுள்ளது. சாய்தளங்களின் இடைவெட்டும் கோடு அடரின் தளத்திற்கு செங்குத்தாக உள்ளது. ஒவ்வொரு தொடுகையிலும் உராய்வுக் குணகம் μ எனின், அடரின் மையம் பற்றி அடரின் தளத்தில் அடரைச் சுழற்றத் தேவையான மிகக் குறைந்த இணையின்

$$\text{பருமன் } \frac{\mu Wa}{(1 + \mu^2) \cos \alpha} \text{ என நிறுவுக.}$$

- (b) ஆரை r ; உயரம் $4r$; அடர்த்தி ρ உடைய சீரான திண்ம செவ்வட்டக் கூம்பு ஒன்றும் ஆரை r ; அடர்த்தி σ உடைய சீரான திண்ம அரைக் கோளம் ஒன்றும் அவற்றின் தளமுகங்கள் ஒன்றாகப் பொருந்துமாறு இணைக்கப்பட்டு திண்ம உரு ஒன்று ஆக்கப்பட்டள்ளது.

பொதுத் தளமுகத்திலிருந்து உருவாக்கப்பட்ட திண்மத்தின் புவியீர்ப்பு

$$\text{மையத்தூரம் } \frac{r}{8} \left[\frac{16\rho - 3\sigma}{2\rho + \sigma} \right] \text{ எனக் காட்டுக.}$$

$\rho = \sigma$ எனின், இத்திண்மம் பொதுத்தளமுகத்தின் விளிம்பின் ஒரு புள்ளியிலிருந்து இழையொன்றினால் சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடப்படின் கூம்பின் அச்சு, நிலைக்குத்துடன் அமைக்கும் கோணத்தைக் காண்க.

- (13) a ஆரையுடைய சீரான திண்ம அரைக்கோளம் ஒன்றின் திணிவு மையமானது

$$\text{அதன் மையத்திலிருந்து } \frac{3a}{8} \text{ தூரத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.}$$

$2a$ ஆரைகொண்ட திண்ம அரைக்கோளம் ஒன்றிலிருந்து a ஆரையுடையதும் அதே மையத்தைக் கொண்டதுமான அரைக்கோளம் ஒன்றினை அகற்றுவதன் மூலம் கிண்ணம் ஒன்று ஆக்கப்படுகின்றது. மையம் O இல் இருந்து கிண்ணத்தின் புவியீர்ப்பு மையத் தூரத்தைக் காண்க.

- (i) கிண்ணத்தின் வெளி விளிம்பிலுள்ள புள்ளியொன்றிலிருந்து கிண்ணமானது சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடப்படும்போது அதன் தளமேற்பரப்பானது கிடையுடன் α என்ற கோணத்தை ஆக்கும் எனக் காட்டுக.

$$\text{இங்கு } \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{112}{45} \right)$$

- (ii) கிடையுடன் θ சாய்வுடையதும் கிண்ணம் வழக்குதலைத் தடுப்பதற்குப் போதுமானதுமான கரடான சாய்தளம் ஒன்றில் கிண்ணம் அதன் வளைமேற்பரப்பானது தொட்ட வண்ணம் சமநிலையில் உள்ளது. θ இன் உயர்வுப் பெறுமதியைக் கணிக்க.

- (14) (a) ஞாயிற்றுக் கிழமைகளில் மீனவன் ஒருவன் மீன் பிடிப்பதற்காக தன் வீட்டிற்கு அண்மையிலுள்ள 3 இடங்களில் ஒன்றிற்குச் செல்வது வழக்கம்; அவன் கடலுக்கு செல்வதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{2}$; ஆற்றுக்கு செல்வதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{4}$; ஏரிக்குச் செல்வதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{4}$ ஆகும். அவன் கடலுக்குச் செல்வானாயின் மீனைப் பிடிப்பதற்கான வாய்ப்பு 80%; ஆறு, ஏரி என்பவற்றிற்கு இதற்கு ஒத்த பெறுமானங்கள் முறையே 40%, 60% ஆகும்.

- (i) ஞாயிற்றுக்கிழமை ஒன்றில் அவன் மீனைப் பிடிப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- (ii) அடுத்துவரும் 3 ஞாயிற்றுக் கிழமைகளில் குறைந்தது இரு ஞாயிற்றுக் கிழமைகளிலாவது அவன் மீனைப் பிடிப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- (iii) குறித்த ஞாயிற்றுக்கிழமை ஒன்றில் அவன் மீனைப் பிடிக்காது வீடு திரும்புவானாயின் அவன் எவ்விடத்துக்கு சென்றிருப்பதற்கு கூடிய சாத்தியம் உண்டு?
- (iv) ஒவ்வொரு ஞாயிற்றுக் கிழமையும் மீன் பிடிக்கச் செல்லும் அவனுடைய நண்பன் ஒருவன், இதே மூன்று இடங்களுக்கும் மீன் பிடிக்கச் செல்வதற்கான நிகழ்தகவுகள் சமமானவை ஆகும். அடுத்து வரும் இரு ஞாயிற்றுக் கிழமைகளில் குறைந்தது ஒருமுறையாவது இருவரும் சந்திப்பதற்குரிய நிகழ்தகவு யாது?

- (b) கீழே காட்டப்பட்ட அட்டவணை தொழிற்சாலை ஒன்றிலுள்ள ஊழியர்களினது எண்ணிக்கையையும் அவர்களுக்கு ஒரு மணித்தியாலத்திற்கு வழங்கப்பட்ட ஊதியத்தினையும் காட்டுகின்றது.

ஊதியத்தொகை /மணித்தியாலம் (ரூபாவில்)	ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை
900 - 800	14
800 - 700	44
700 - 600	96
600 - 500	175
500 - 400	381
400 - 300	527
300 - 200	615
200 - 100	660

பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

- (i) இடை ஊதியம்
(ii) நியமவிலகல்
(iii) இடையம்
(iv) ஓராயக்குணகம்

பரம்பலுக்கான வளையியைப் பருமட்டாக வரைக.

(15) (a) விளையாட்டுக்கழகம் ஒன்றின் அங்கத்தவர்களுள் $\frac{3}{4}$ பங்கினர் பெரியவர்கள்,

$\frac{1}{4}$ பங்கினர் குழந்தைகள் ஆகும். பெரியவர்களில் நான்கில் மூன்று பங்கினரும், குழந்தைகளில் ஐந்தில் மூன்று பங்கினரும் ஆண்கள் ஆவர். பெரியவர்களான ஆண்களில் அரைப்பங்கினரும், பெரியவர்களான பெண்களில் மூன்றில் ஒரு பங்கினரும் கழகத்தின் நீச்சல் தடாகத்தைப் பயன்படுத்துகின்றனர். குழந்தைகளில் இதற்கொத்த பெறுமானம் ஒவ்வொரு பாலாருக்கும் ஐந்தில் நான்கு ஆகும்.

- (i) கழக அங்கத்தவர் ஒருவர் நீச்சல் தடாகத்தைப் பயன்படுத்துவதற்குரிய நிகழ்தகவு யாது?
- (ii) நீச்சல் தடாகத்தைப் பயன்படுத்தும் ஒருவர் பெண்ணாக இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவு யாது?
- (iii) நீச்சல் தடாகத்தைப் பயன்படுத்தும் ஆண் அங்கத்தவர் ஒருவர் குழந்தையாக இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவு யாது?
- (iv) நீச்சல் தடாகத்தைப் பயன்படுத்தாத அங்கத்தவர் ஒருவர் பெண்ணாகவோ அல்லது பெரியவராகவோ இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவு யாது?

(b) குடித்தொகை ஒன்று n_1 ஆண்களையும் n_2 பெண்களையும் கொண்டுள்ளது. ஆண்களினதும் பெண்களினதும் இடை உயரங்கள் முறையே μ_1, μ_2 ஆகவும் அவற்றின் மாற்றிறன்கள் முறையே σ_1^2, σ_2^2 ஆகவும் உள்ளது. முழுக் குடித்தொகையினதும் இடை உயரம் $\mu_1 w_1 + \mu_2 w_2$ எனவும், மாற்றிறன் $w_1 \sigma_1^2 + w_2 \sigma_2^2 + w_1 w_2 (\mu_1 - \mu_2)^2$ எனவும் காட்டுக.

இங்கு $w_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2}$, $w_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2}$ ஆகும்.

20 மாணவர்களுக்கான சோதனை ஒன்றின் இடை 40, நியமவிலகல் 5 எனக் கணிக்கப்பட்டது. கணித்தலின்போது 15 தவறுதலாக 50 என வாசிக்கப்பட்டது. சரியான இடையையும் நியம விலகலையும் காண்க. 30 மாணவர்களைக் கொண்ட இன்னொரு குழுவினருக்கு இச்சோதனைக்கான இடை 45.25 எனவும் நியமவிலகல் 8 எனவும் காணப்பட்டது.

இரு குழுக்களினதும் மொத்த மாணவர்கள் 50 பேரின் இடையையும் நியம விலகலையும் கணிக்க.

பயிற்சி வினாக்களுக்கான
தீர்வுகள்

இணைந்த கணிதம் I

பகுதி A

$$1. \quad 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x - \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$$

$$y = x - \frac{1}{x} \text{ என்க.}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 + 2$$

$$2(y^2 + 2) - y - 14 = 0$$

$$2y^2 - y - 10 = 0$$

$$(2y - 5)(y + 2) = 0$$

$$y = \frac{5}{2} \text{ அல்லது } y = -2$$

$$x - \frac{1}{x} = -2$$

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{2}$$

$$x - \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$$

$$2x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$2. \quad \sqrt{3x+1} - \sqrt{2-x} = \sqrt{2x-1}$$

$$x \geq -\frac{1}{3} \text{ உம் } x \leq 2 \text{ உம் } x \geq \frac{1}{2} \text{ உம்}$$

$$\frac{1}{2} \leq x \leq 2$$

இருபக்கமும் வர்க்கிக்க,

$$(3x+1) + (2-x) - 2\sqrt{(3x+1)(2-x)} = 2x-1$$

$$2 = \sqrt{(3x+1)(2-x)}$$

$$4 = (3x+1)(2-x)$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$(3x-2)(x-1) = 0$$

$$x = \frac{2}{3} \text{ அல்லது } 1$$

$$x = 1 \text{ ஆக, } \begin{array}{l} \text{இ.கை.ப} = \sqrt{4} - \sqrt{1} = 2 - 1 = 1 \\ \text{வ.கை.ப} = \sqrt{1} = 1 \\ \text{இ.கை.ப} = \text{வ.கை.ப} \end{array}$$

$$x = \frac{2}{3} \text{ ஆக, } \text{இ.கை.ப} = \sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{வ.கை.ப} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{இ.கை.ப.} = \text{வ.கை.ப}$$

$$\text{எனவே, } x = \frac{2}{3} \text{ அல்லது } 1$$

$$3. \quad \log_9(xy^2) = \log_9 x + \log_9 y^2$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_3 x}{\log_3 9} + \frac{\log_3 y^2}{\log_3 9} \\ &= \frac{\log_3 x}{2} + \frac{2\log_3 y}{2} \\ &= \frac{1}{2}\log_3 x + \log_3 y \end{aligned}$$

$$\log_3 x = a, \quad \log_3 y = b \text{ என்க.}$$

$$\log_9(xy^2) = \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2}a + b = \frac{1}{2}$$

$$a + 2b = 1 \text{ ————— (1)}$$

$$\log_3 x \cdot \log_3 y = -3 \qquad ab = -3 \text{ ————— (2)}$$

(1), (2) இலிருந்து,

$$b(1 - 2b) = -3$$

$$2b^2 - b - 3 = 0$$

$$(2b - 3)(b + 1) = 0$$

$$b = \frac{3}{2} \text{ எனின், } a = -2, \quad b = -1 \text{ எனின், } a = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{1}{9} \\ y = 3\sqrt{3} \end{array} \right\} \text{ அல்லது } \left. \begin{array}{l} x = 27 \\ y = \frac{1}{3} \end{array} \right\}$$

$$4. \quad f(x) = 3x^3 + Ax^2 - 4x + B$$

$$f\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{9} + \frac{4A}{9} + \frac{8}{3} + B = 0$$

$$4A + 9B = -16 \quad \text{————— (1)}$$

$$f(-1) = -3 + A + 4 + B = 2$$

$$A + B = 1 \quad \text{————— (2)}$$

(1), (2) இலிருந்து, $A = 5$, $B = -4$

$$\begin{aligned} 3x^3 + 5x^2 - 4x - 4 &= (3x+2)(x^2 + x - 2) \\ &= (3x+2)(x+2)(x-1) \end{aligned}$$

$$5. \quad f(x) = x^4 + hx^3 + gx^2 - 16x - 12$$

$$f(-1) = 1 - h + g + 16 - 12 = 0$$

$$h - g = 5 \quad \text{————— (1)}$$

$$f(1) = 1 + h + g - 16 - 12 = -24$$

$$h + g = 3 \quad \text{————— (2)}$$

(1), (2) இலிருந்து, $h = 4$, $g = -1$

$$f(x) = x^4 + 4x^3 - x^2 - 16x - 12$$

$$f(2) = 16 + 32 - 4 - 32 - 12 = 0$$

ஆகவே, $(x-2)$, $f(x)$ இன் ஒரு காரணி

$$\text{மேலும் } f(-1) = 1 - 4 - 1 + 16 - 12 = 0$$

$(x+1)$, $f(x)$ இன் ஒரு காரணி

$$\begin{aligned} x^4 + 4x^3 - x^2 - 16x - 12 &= (x+1)(x^3 + 3x^2 - 4x - 12) \\ &= (x+1)(x-2)(x^2 + 5x + 6) \\ &= (x+1)(x-2)(x+2)(x+3) \end{aligned}$$

$$6. \quad ax^2 + bx + c = 0$$

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$x+2 + \frac{1}{x} = \frac{b^2}{ac}$$

$$x^2 - \left(\frac{b^2}{ac} - 2\right)x + 1 = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha\beta} - 2 \right) x + 1 = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \right) x + 1 = 0$$

$$\left(x - \frac{\alpha}{\beta} \right) \left(x - \frac{\beta}{\alpha} \right) = 0$$

$$x = \frac{\alpha}{\beta} \text{ அல்லது } \frac{\beta}{\alpha}$$

7. $x^2 + bx + ca = 0$, $x^2 + cx + ab = 0$ எனும் சமன்பாடுகளின் பொது மூலம் α என்க.

$$\alpha^2 + b\alpha + ca = 0 \text{ ————— (1)}$$

$$\alpha^2 + c\alpha + ab = 0 \text{ ————— (2)}$$

$$(1) - (2), \quad \alpha = \frac{a(b-c)}{(b-c)} = a$$

சமன்பாடு (1) இன் மூலங்கள் α, β எனின்,

$$\alpha\beta = ca, \alpha = a \text{ என்பவற்றிலிருந்து } \beta = c$$

சமன்பாடு (2) இன் மூலங்கள் α, γ எனின்,

$$\alpha\gamma = ab, \alpha = a \text{ என்பவற்றிலிருந்து } \gamma = b$$

$$\alpha + \beta = -b \text{ என்பதால் } a + c = -b$$

β, γ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு

$$(x - \beta)(x - \gamma) = 0$$

$$x^2 - (\beta + \gamma)x + \beta\gamma = 0$$

$$x^2 - (b + c)x + bc = 0$$

$$x^2 + ax + bc = 0$$

8. $g(x) = ax^2 - 2x + (3a + 2)$

எல்லா மெய் x இற்கும், $g(x)$ நேராக இருப்பதற்கு

$a > 0, \Delta < 0$ ஆதல் வேண்டும்.

$$a > 0 \text{ உம் } 4 - 4a(3a + 2) < 0$$

$$3a^2 + 2a - 1 > 0$$

$$(3a - 1)(a + 1) > 0$$

$$a < -1 \text{ அல்லது } a > \frac{1}{3}$$

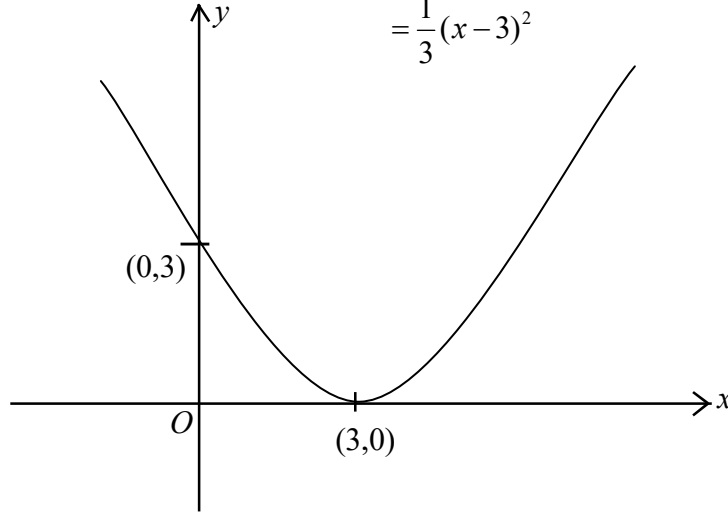
$$a > 0 \text{ என்பதால், } a > \frac{1}{3}.$$

$$\text{தீர்வு: } \left\{ x : x \in \mathbb{R}, x > \frac{1}{3} \right\}$$

$$a = \frac{1}{3} \text{ ஆக } g(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$$

$$= \frac{1}{3}[x^2 - 6x + 9]$$

$$= \frac{1}{3}(x-3)^2$$



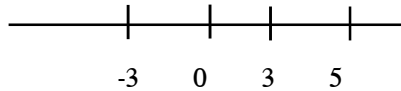
$$09. \frac{12}{x-3} \leq x+1$$

$$\frac{12}{x-3} - (x+1) \leq 0$$

$$-\frac{(x^2 - 2x - 15)}{x-3} \leq 0$$

$$-\frac{(x-5)(x+3)}{x-3} \leq 0$$

$$(x-5)(x+3)(x-3) \geq 0 (x \neq 3)$$



$$-3 \leq x < 3 \text{ அல்லது } x \geq 5$$

$$10. \quad |1-2x| - |x+2| \leq 2$$

$$x < -2 \text{ எனின், } 1-2x+(x+2) \leq 2$$

$$x \geq 1 \text{ தீர்வு இல்லை} \quad \text{————— (1)}$$

$$-2 \leq x < \frac{1}{2} \text{ எனின், } 1-2x-(x+2) \leq 2$$

$$-3x-1 \leq 2$$

$$x \geq -1$$

$$\text{தீர்வு: } -1 \leq x < \frac{1}{2} \quad \text{————— (2)}$$

$$x \geq \frac{1}{2} \text{ எனின், } -(1-2x)-(x+2) \leq 2$$

$$-1+2x-x-2 \leq 2$$

$$x \leq 5$$

$$\frac{1}{2} \leq x \leq 5 \quad \text{————— (3)}$$

$$\text{எனவே, } -1 \leq x \leq 5$$

$$\text{தீர்வு: } = \{x : x \in R, -1 \leq x \leq 5\}$$

11. 8 சிறுவர்களும் ஒழுங்குபடுத்தக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கை

$$8! = 40320$$

(i) இரு குறித்த சிறுமிகள் ஒன்றாக இருக்கும் வழிகளின் எண்ணிக்கை

$$2 \times 7!$$

எனவே இரு சிறுமிகளும் ஒன்றாக இல்லாதவாறு உள்ள வழிகளின் எண்ணிக்கை

$$8! - 2 \times 7!$$

$$= 7!(8-2)$$

$$= 7! \times 6 = 30240$$

(ii) 4 சிறுவர்கள் ஒழுங்குபடுத்தக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கை = 4!

$$\uparrow B_1 \uparrow B_2 \uparrow B_3 \uparrow B_4 \uparrow$$

4 சிறுமிகளும் இருக்கக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கை

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 = 5!$$

எனவே ஒழுங்குபடுத்தக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கை

$$= 4! \times 5! = 2880$$

$$12. \left(x^2 - \frac{2k}{x}\right)^{10}$$

$$T_{r+1} = {}^{10}C_r (x^2)^{10-r} \left(-\frac{2k}{x}\right)^r$$

$$= {}^{10}C_r (-2k)^r x^{20-3r}$$

$$x^2 \text{ இன் குணகம்: } 20 - 3r = 2$$

$$r = 6$$

$$x^2 \text{ இன் குணகம்: } {}^{10}C_6 (-2k)^6$$

$$x^{-1} \text{ இன் குணகம்: } 20 - 3r = -1$$

$$r = 7$$

$$x^{-1} \text{ இன் குணகம்: } {}^{10}C_7 (-2k)^7$$

$${}^{10}C_6 (-2k)^6 = {}^{10}C_7 (-2k)^7$$

$$\frac{10!}{6! \times 4!} (-2k)^6 = \frac{10!}{7! \times 3!} (-2k)^7$$

$$k = -\frac{7}{8}$$

$$13. (1 + 2x + kx^2)^n$$

$$= [1 + x(2 + kx)]^n$$

$$= 1 + {}^n C_1 x(2 + kx) + {}^n C_2 x^2 (2 + kx)^2 + {}^n C_3 x^3 (2 + kx)^3 + \dots$$

$$x^2 \text{ இன் குணகம்: } k \cdot {}^n C_1 + 4 \cdot {}^n C_2$$

$$= nk + 2n(n-1)$$

$$x^3 \text{ இன் குணகம்: } 4k \cdot {}^n C_2 + 8 \cdot {}^n C_3$$

$$= 2n(n-1)k + \frac{4n(n-1)(n-2)}{3}$$

$$nk + 2n(n-1) = 30 \quad \text{----- (1)}$$

$$2n(n-1)k + \frac{4n(n-1)(n-2)}{3} = 0 \quad \text{----- (2)}$$

$$(2) \text{ இலிருந்து } k + \frac{2(n-2)}{3} = 0$$

$$(1) \text{ இல் பிரதியிட, } \frac{-2n(n-2)}{3} + 2n(n-1) = 30$$

$$2n^2 - n - 45 = 0$$

$$(2n+9)(n-5) = 0$$

$$n \text{ நேர்நிறையெண்; } n = 5, k = -2$$

$$14. \quad Z = -1 + i\sqrt{3}$$

$$= 2 \left(-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$|Z| = 2, \text{ Arg}(Z) = \frac{2\pi}{3}$$

$$Z^2 = (-1 + i\sqrt{3})^2 = -2 - i2\sqrt{3}$$

$$Z^2 + pz = (-2 - i2\sqrt{3}) + p(-1 - i\sqrt{3})$$

$$= (-2 - p) + i(\sqrt{3}p - 2\sqrt{3})$$

$$Z^2 + pz \text{ மெய்; } \sqrt{3}p - 2\sqrt{3} = 0; \quad p = 2$$

$$Z^2 + qz = (-2 - q) + i(\sqrt{3}q - 2\sqrt{3})$$

$$\frac{\sqrt{3}(q-2)}{-(q+2)} = \tan \frac{5\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$q = 4$$

$$15. \quad OA = |z| = 1$$

$$OB = |\cos \theta + i \sin \theta| = 1$$

$OACB$ இணைகரம்

புள்ளி C , $Z_1 + Z_2$ ஐ வகை குறிக்கும்

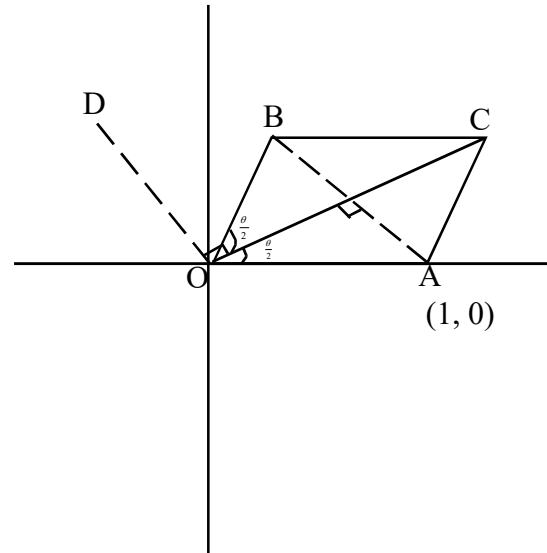
$OA = OB$ என்பதால் $OACB$ சாய்சதுரம்

$OD = AB$, OD, AB இற்குச் சமாந்தரம்

புள்ளி D , $Z_2 - Z_1$ ஐ வகை குறிக்கும்.

$$|Z_1 + Z_2| = OC = 2 \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\text{Arg}(Z_1 + Z_2) = \frac{\theta}{2}$$



$$AB = |Z_2 - Z_1| = 2 \sin \frac{\theta}{2}$$

$$\text{Arg}(Z_2 - Z_1) = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{2}$$

$$|Z_1 + Z_2|^2 + |Z_2 - Z_1|^2$$

$$= \left(2 \cos \frac{\theta}{2}\right)^2 + \left(2 \sin \frac{\theta}{2}\right)^2 = 4$$

16. (a) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{2 \cos \left(\frac{x+a}{2}\right) \sin \left(\frac{x-a}{2}\right)}{2 \times \left(\frac{x-a}{2}\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \cos \left(\frac{x+a}{2}\right) \times \frac{\sin \left(\frac{x-a}{2}\right)}{\left(\frac{x-a}{2}\right)}$$

$$= \cos a$$

(b) $\sin y = x \cdot \sin(y+a)$ ————— (1)

x ஐக் குறித்து வகையிட,

$$\cos y \cdot \frac{dy}{dx} = x \cdot \cos(y+a) \cdot \frac{dy}{dx} + \sin(y+a)$$

(1) இலிருந்து $x = \frac{\sin y}{\sin(y+a)}$

$$\cos y \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{\sin y}{\sin(y+a)} \cdot \cos(y+a) \cdot \frac{dy}{dx} + \sin(y+a)$$

$$\left[\cos y - \frac{\sin y \cdot \cos(y+a)}{\sin(y+a)} \right] \frac{dy}{dx} = \sin(y+a)$$

$$\frac{\sin a}{\sin(y+a)} \cdot \frac{dy}{dx} = \sin(y+a)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(y+a)}{\sin a}$$

$$17. (a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(1 - \cos x)}{\cos x \cdot x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \times \frac{1 - \cos x}{x^2} \times \frac{1}{\cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \times \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{4 \times \left(\frac{x}{2}\right)^2} \times \frac{1}{\cos x} = 1 \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$(b) y = x^n \cdot \ln x$$

$$\frac{dy}{dx} = x^n \cdot \frac{1}{x} + \ln x \cdot n \cdot x^{n-1}$$

$$x \cdot \frac{dy}{dx} = x^n + n \cdot \ln x \cdot x^n$$

$$x \cdot \frac{dy}{dx} = x^n + ny$$

$$x \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = n \cdot x^{n-1} + n \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$x \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} + (1 - n) \frac{dy}{dx} = n \cdot x^{n-1}$$

$$\text{எனவே } n = 3$$

$$18. x = t + \ln t$$

$$y = t - \ln t$$

$$\frac{dx}{dt} = 1 + \frac{1}{t}$$

$$\frac{dy}{dt} = 1 - \frac{1}{t}$$

$$= \frac{t+1}{t}$$

$$= \frac{t-1}{t}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{t-1}{t+1} \text{----- (1)}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right)$$

$$= \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dx} \right) \times \frac{dt}{dx}$$

$$= \frac{d}{dt} \left(\frac{t-1}{t+1} \right) \times \frac{t}{t+1}$$

$$= \frac{2t}{(t+1)^3}$$

$$t = \frac{x+y}{2} \text{ ஆகும்.}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{x+y}{\left(\frac{x+y}{2} + 1 \right)^3} = \frac{8(x+y)}{(x+y+2)^3}$$

$$19. \quad \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{(1+x)^2}$$

$$= \frac{(1+x)^2 - (1+x^2)}{(1+x^2)(1+x)^2}$$

$$= \frac{2x}{(1+x^2)(1+x)^2}$$

$$\int_0^1 \frac{x}{(1+x^2)(1+x)^2} dx = \frac{1}{2} \left[\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx - \int_0^1 \frac{1}{(1+x)^2} dx \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\tan^{-1} x + \frac{1}{1+x} \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left(\tan^{-1} 1 + \frac{1}{2} \right) - (0+1) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\tan^{-1} 1 - \frac{1}{2} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right] = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$$

$$20. \quad x = 2(1 + \cos^2 \theta)$$

$$x \rightarrow 2 \quad \theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$x \rightarrow 3 \quad \theta \rightarrow \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{dx}{d\theta} = -4 \cos \theta \cdot \sin \theta$$

$$\int_2^3 \sqrt{\frac{x-2}{4-x}} dx$$

$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{2 \cos^2 \theta}{2 \sin^2 \theta}} \cdot (-4 \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta)$$

$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot (-4 \cos \theta \cdot \sin \theta) d\theta$$

$$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 4 \cos^2 \theta d\theta = 2 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2\theta) d\theta$$

$$= 2 \left[\theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 2 \left[\left(\frac{\pi}{2} + 0 \right) - \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$= \frac{\pi}{2} - 1$$

$$21. \quad I = \int e^{4x} \cdot \cos 3x dx, \quad J = \int e^{4x} \cdot \sin 3x dx$$

$$I = \int e^{4x} \cdot \cos 3x dx = e^{4x} \cdot \frac{\sin 3x}{3} - \int \frac{\sin 3x}{3} \times 4e^{4x} dx$$

$$3I + 4J = e^{4x} \cdot \sin 3x \quad \text{----- (1)}$$

$$J = \int e^{4x} \cdot \sin 3x dx = e^{4x} \cdot \left(\frac{-\cos 3x}{3} \right) - \int \left(\frac{-\cos 3x}{3} \right) \times 4e^{4x} dx$$

$$4I + 3J = e^{4x} \cdot \cos 3x \quad \text{----- (2)}$$

$$(1), (2) \text{ இலிருந்து } I = \frac{1}{25} e^{4x} (3 \sin 3x + 4 \cos 3x)$$

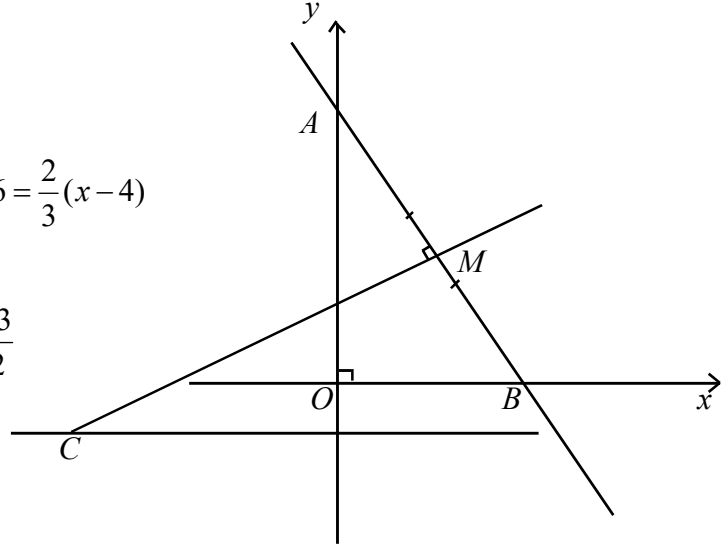
22. $A \equiv (0,12), \quad B \equiv (8,0)$
 $M \equiv (4,6)$

MC யின் சமன்பாடு $y-6 = \frac{2}{3}(x-4)$

$3y-2x-10=0$

C யில் $y=-1, \quad x=-\frac{13}{2}$

$C \equiv (-\frac{13}{2}, -1)$



AB இன் நீளம் $= \sqrt{8^2 + 12^2} = \sqrt{208}$

MC இன் நீளம் $= \sqrt{(4+13)^2 + (6+1)^2} = \sqrt{\frac{441}{4} + 49}$

ΔABC இன் பரப்பு $= \frac{1}{2} \times \sqrt{208} \times \sqrt{\frac{637}{4}} = \frac{364}{4}$
 $= 91$ சதுர அலகு

23. AB யின் சமன்பாடு $x-2y=0$

$P \equiv (\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$

PN, AB யிற்குச் செங்குத்து.

$PN = \frac{|\frac{5}{2} - 5|}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

DC, AB யிற்குச் சமாந்தரம்.

DC யின் சமன்பாடு $x-2y+k=0$.

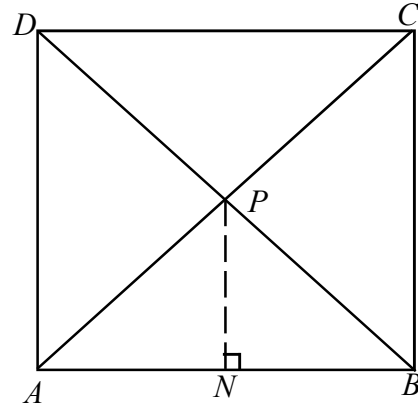
P யிலிருந்து CD யிற்குச் செங்குத்துத்தூரம் $\frac{5}{2}$

$\frac{|\frac{5}{2} - 5 + k|}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$|2k-5|=5, \quad k=5$ அல்லது 0

எனவே CD யின் சமன்பாடு $x-2y+5=0$

BC, AD என்பன $x-2y=0$ இற்குச் செங்குத்து.



எனவே BC, AD என்பன $2x + y + d = 0$ என்ற வடிவம். P யிலிருந்து செங்குத்துத்

$$\text{தூரம் } \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{\left| 2 \times \frac{5}{2} + \frac{5}{2} + d \right|}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$d = -10, -5$$

எனவே சமன்பாடுகள் $2x + y - 5 = 0$, $2x + y - 10 = 0$

24. $AB = AC$ என்பதால் AD, BC இற்குச் செங்குத்து.

இடையங்கள் மூன்று சந்திக்கும் புள்ளி G என்க.

$$A \equiv (0, 8)$$

$$BE : x + 3y = 14$$

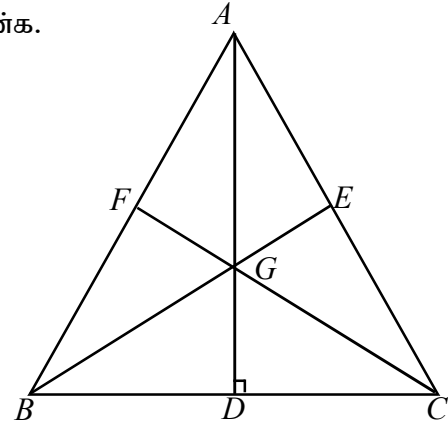
$$CF : 3x - y = 2$$

$$G \equiv (2, 4), \quad D \equiv (x_0, y_0)$$

$$AG : GC = 2 : 1$$

$$\frac{2x_0 + 0}{2 + 1} = 2, \quad \frac{2y_0 + 8}{2 + 1} = 4$$

$$D \equiv (x_0, y_0) \equiv (3, 2)$$



$$BC \text{ யின் சமன்பாடு } y - 2 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$2y - x - 1 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} BC : 2y - x - 1 = 0 \\ BE : 3y + x - 14 = 0 \end{array} \right\} B \equiv (5, 3)$$

$$\left. \begin{array}{l} BC : 2y - x - 1 = 0 \\ CF : 3x - y - 2 = 0 \end{array} \right\} C \equiv (1, 1)$$

$$AB \text{ யின் சமன்பாடு } \begin{array}{l} y - 3 = -1(x - 5) \\ y + x - 8 = 0 \end{array}$$

$$AC \text{ யின் சமன்பாடு } \begin{array}{l} y - 1 = -7(x - 1) \\ y + 7x - 8 = 0 \end{array}$$

$$25. \quad S \equiv x^2 + y^2 - a^2 = 0$$

$$l \equiv x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$$

A, B யினூடு செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டினை

$$(x^2 + y^2 - a^2) + \lambda(x \cos \alpha + y \sin \alpha - p) = 0 \quad \text{என}$$

எழுதலாம்.

$$\text{மையம்} \quad \left(-\frac{\lambda \cos \alpha}{2}, -\frac{\lambda \sin \alpha}{2} \right)$$

விட்டம் AB ஆகும்.

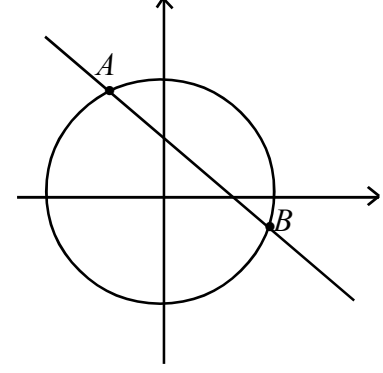
$$\left(-\frac{\lambda \cos \alpha}{2}, -\frac{\lambda \sin \alpha}{2} \right), x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0 \quad \text{இலிருப்பதால்}$$

$$-\frac{\lambda \cos \alpha}{2} \cdot \cos \alpha - \frac{\lambda \sin \alpha}{2} \cdot \sin \alpha - p = 0$$

$$\lambda = 2p$$

எனவே வட்டத்தின் சமன்பாடு

$$(x^2 + y^2 - a^2) - 2p(x \cos \alpha + y \sin \alpha - p) = 0$$



$$26. \quad \text{மையம்} \quad C \equiv (2,1)$$

$$P \equiv (4,2)$$

$$\text{ஆரை} \quad = \sqrt{4+1-4} = 1$$

$$CP = \sqrt{(4-2)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{5}$$

(1) $CP > 1$, P வட்டத்திற்கு வெளியே இருக்கும்.

$$(11) \quad PT = \sqrt{CP^2 - 1^2} = \sqrt{5-1} = 2$$

தொடலியின் சமன்பாடு $y = mx + c$ என்க.

இந்நேர்கோடு (4, 2) இனூடு செல்வதால்

$$2 = 4m + c$$

$$y = mx + (2 - 4m)$$

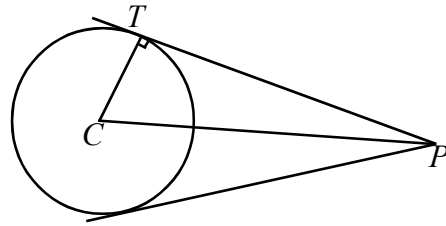
$$y - mx - (2 - 4m) = 0$$

$$CT = 1$$

$$\frac{|1 - 2m - 2 + 4m|}{\sqrt{1+m^2}} = 1$$

$$|2m - 1| = \sqrt{1+m^2}$$

$$(2m - 1)^2 = m^2 + 1$$



$$m = 0 \text{ அல்லது } \frac{4}{3}$$

$$m = 0 \text{ எனின், } C = 2$$

$$m = \frac{4}{3} \text{ எனின், } C = -\frac{10}{3}$$

$$\text{தொடலிகளின் சமன்பாடுகள் } y = 2, 3y - 4x + 10 = 0$$

$$27. \text{ வட்டத்தின் சமன்பாடு } x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$\text{மையம் } (-g, -f)$$

$$\text{ஆரை } \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

C யிலிருந்து y அச்சிற்குச் செங்குத்துத்தாரம், வட்டத்தின் ஆரைக்குச் சமம் ஆகும்.

y அச்சின் சமன்பாடு $x = 0$

$$\frac{|g|}{1} = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

$$g^2 = g^2 + f^2 - c$$

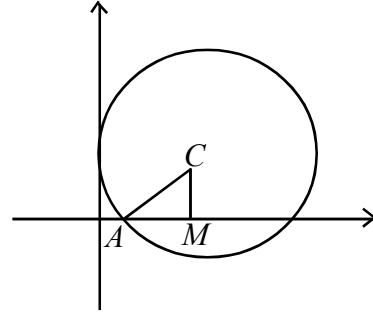
$$c = f^2$$

$$\text{சமன்பாடு: } x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + f^2 = 0$$

$$AC^2 = AM^2 + MC^2$$

$$g^2 + f^2 - f^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + f^2$$

$$g^2 = f^2 + \frac{9}{4}$$



$$\text{வட்டத்தின் பொதுச் சமன்பாடு } x^2 + y^2 + 2\left(\sqrt{f^2 + \frac{9}{4}}\right)x + 2fy + f^2 = 0$$

$$\text{மையம் } \left(-\sqrt{f^2 + \frac{9}{4}}, -f\right)$$

$$x_0 = -\sqrt{f^2 + \frac{9}{4}}, \quad y_0 = -f$$

$$x_0^2 - y_0^2 = \frac{9}{4}$$

$$4x_0^2 - 4y_0^2 = 9$$

$$(x_0, y_0) \text{ இன் ஒழுக்கு } 4x^2 - 4y^2 = 9$$

$$28. \quad \cos 6\theta + \cos 4\theta + \cos 2\theta + 1 = 0 \quad (0 < \theta < \pi)$$

$$2 \cos 5\theta \cdot \cos \theta + 2 \cos^2 \theta = 0$$

$$2 \cos \theta (\cos 5\theta + \cos \theta) = 0$$

$$4 \cos \theta \cdot \cos 3\theta \cdot \cos 2\theta = 0$$

$$\cos \theta = 0$$

$$\cos 3\theta = 0$$

$$\cos 2\theta = 0$$

$$\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$$

$$3\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$$

$$2\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2};$$

$$\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6};$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$$

$$\theta = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6} \right\}$$

$$29. \quad \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = A$$

$$\tan A = \frac{1}{3},$$

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} = \frac{3}{4}$$

$$0 < 2A < \frac{\pi}{4}, \quad 2A = \tan^{-1} \frac{3}{4}$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = B \text{ என்க.}$$

$$\tan B = \frac{1}{7} \quad 0 < B < \frac{\pi}{4}$$

$$2 \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right)$$

$$= 2A + B \text{ உம் } 0 < 2A + B < \frac{\pi}{2} \text{ உம் ஆகும்.}$$

$$\tan(2A + B) = \frac{\tan 2A + \tan B}{1 - \tan 2A \cdot \tan B} = \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{7}}{1 - \frac{3}{4} \times \frac{1}{7}} = 1$$

$$2A + B = \frac{\pi}{4}$$

$$2 \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$30. \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{b+c-a}{\sin B + \sin C - \sin A}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b+c-a}{\sin B + \sin C - \sin A}$$

$$\frac{a}{2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}} = \frac{b+c-a}{2 \sin \left(\frac{B+C}{2} \right) + \cos \left(\frac{B-C}{2} \right) - 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}}$$

$$\frac{a}{\sin \frac{A}{2}} = \frac{b+c-a}{\cos \left(\frac{B-C}{2} \right) - \sin \frac{A}{2}}$$

$$\frac{a}{\sin \frac{A}{2}} = \frac{b+c-a}{\cos \left(\frac{B-C}{2} \right) - \cos \left(\frac{B+C}{2} \right)}$$

$$\frac{a}{\sin \frac{A}{2}} = \frac{b+c-a}{2 \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2}}$$

$$\frac{a}{\sin \frac{A}{2}} \cdot \cos \frac{A}{2} = \frac{b+c-a}{2 \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2}} \cdot \cos \frac{A}{2}$$

$$2a \cot \frac{A}{2} = (b+c-a) \frac{\sin \left(\frac{B+C}{2} \right)}{\sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2}}$$

$$2a \cot \frac{A}{2} = (b+c-a) \frac{\sin \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2} + \cos \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2}}{\sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2}}$$

$$2a \cot \frac{A}{2} = (b+c-a) \left(\cot \frac{C}{2} + \cot \frac{B}{2} \right)$$

31. $Z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ என்பது, எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $Z^n = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$ இனால் தரப்படும்.

$$Z = 1 + \sqrt{3}i$$

$$= Z \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$$

$$= Z \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

தமோய்வரின் தேற்றப்படி,

$$Z^7 = 2^7 \left(\cos \frac{7\pi}{3} + i \sin \frac{7\pi}{3} \right)$$

$$= 128 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

$$|Z^7| = 128$$

$$\text{Arg}(Z)^7 = \frac{\pi}{3}$$

32. $Z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ என்க. எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $Z^n = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$ இனால் தரப்படும்.

$$Z = \cos \theta + i \sin \theta \text{ எனின்}$$

$$Z^3 = (\cos \theta + i \sin \theta)^3 = (\cos 3\theta + i \sin 3\theta)$$

$$\cos^3 \theta + 3 \cos^2 \theta (i \sin \theta) + 3 \cos \theta (i \sin \theta)^2 + (2 \sin \theta)^3 = \cos 3\theta + i \sin 3\theta$$

$$(\cos^3 \theta - 3 \cos \theta \sin^2 \theta) + i(3 \cos^2 \theta \sin \theta - \sin^3 \theta) = \cos 3\theta + i \sin 3\theta$$

மெய்ப்பகுதியை சமப்படுத்த,

$$\cos^3 \theta - 3 \cos \theta \sin^2 \theta = \cos 3\theta$$

$$\cos^3 \theta - 3 \cos \theta (1 - \cos^2 \theta) = \cos 3\theta$$

$$\cos^3 \theta - 3 \cos \theta + 3 \cos^3 \theta = \cos 3\theta$$

$$\therefore \cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$$

கற்பனைப் பகுதியை சமப்படுத்த,

$$3 \cos^2 \theta \sin \theta - \sin^3 \theta = \sin 3\theta$$

$$3(1 - \sin^2 \theta) \sin \theta - \sin^3 \theta = \sin 3\theta$$

$$\sin^3 \theta - 3 \sin \theta + 3 \sin^3 \theta = \sin 3\theta$$

$$\therefore \sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$$

33. $y = t^2(1-t)$

$$\frac{dy}{dx} = t^2(-1) + (1-t)2t = -t^2 + 2t - 3t^2$$

$$= -3t^2 + 2t$$

$$= t(2-3t)$$

$$x = t(1-t)^2$$

$$\frac{dx}{dy} = t \cdot 2(1-t)(-1) + (1-t)^2 \cdot 1$$

$$= -2t + 2t^2 + t^2 + 1 - 2t$$

$$= 3t^2 - 4t + 1$$

$$= (1-t)(1-3t)$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{t(2-3t)}{(1-t)(1-3t)}$$

$t = T$ எனில்,

$$\frac{dx}{dy} \Big|_{t=T} = \frac{T(2-3T)}{(1-T)(1-3T)}$$

$t = T = \frac{1}{2}$ எனில்,

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\frac{1}{4}}{-\frac{1}{4}} = -1$$

$$y = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$$

$$x = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}$$

$$\frac{y - \frac{1}{8}}{x - \frac{1}{8}} = -1$$

$$\frac{8y - 1}{8x - 1} = -1$$

$$8y - 1 = -8x + 1$$

$$8y + 8x - 2 = 0$$

$$4y + 4x - 1 = 0$$

34. $y = x^2 - 3x$

$$y = x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}$$

$$y = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$

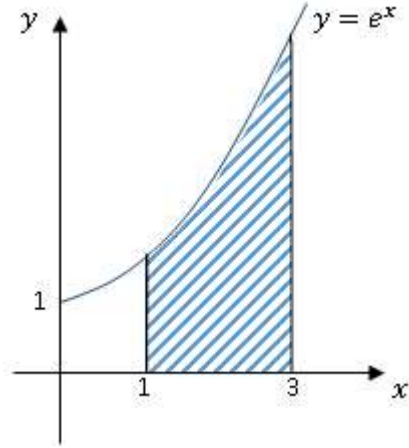
$$\left| \int_0^3 (x^2 - 3x) dx \right|$$

$$= \left| \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right]_0^3 \right|$$

$$= \left| \frac{27}{3} - \frac{27}{2} \right|$$

$$= \left| \frac{27}{6} \right| = \frac{27}{6} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

35.



$$\begin{aligned}
 R &= \int_1^3 e^x dx \\
 &= [e^x]_1^3 \\
 &= e^3 - e^1 = e(e^2 - 1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V &= \int_1^3 \pi y^2 dx \\
 &= \int_1^3 \pi (e^x)^2 dx \\
 &= \int_1^3 \pi e^{2x} dx = \pi \left[\frac{e^{2x}}{2} \right]_1^3 \\
 &= \pi \left[\frac{e^6}{2} - \frac{e^2}{2} \right] \\
 &= \frac{\pi}{2} e^2 (e^4 - 1) \\
 V &= \frac{\pi e^2}{2} (e^4 - 1)
 \end{aligned}$$

பகுதி B

1. (a) $x^2 + px + q = 0$

$\alpha + \beta = -p, \quad \alpha\beta = q$

$$(i) \quad |\alpha - \beta| = 2\sqrt{3} \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4$$

$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 4$$

$$-p = 4q$$

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$

$12 = p^2 - 4q$

$p^2 + p - 12 = 0$

$(p+4)(p-3) = 0$

$$\left. \begin{array}{l} p = -4 \\ q = 1 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} p = 3 \\ q = -\frac{3}{4} \end{array} \right\}$$

(ii) $\alpha + \frac{2}{\beta} = \frac{\alpha\beta + 2}{\beta} = \frac{q+2}{\beta}$

$\beta + \frac{2}{\alpha} = \frac{\alpha\beta + 2}{\alpha} = \frac{q+2}{\alpha}$

$x^2 + px + q = 0$

$y = \frac{q+2}{x}$ என்க. (1)

$x = \frac{q+2}{y}$

சமன்பாடு (1) இல் x ஐ $\frac{q+2}{y}$ ஆல் பிரதியீடு செய்ய,

$\left(\frac{q+2}{y}\right)^2 + p\left(\frac{q+2}{y}\right) + q = 0$

$(q+2)^2 + p(q+2)y + qy^2 = 0$

$qy^2 + p(q+2)y + (q+2)^2 = 0$

அதாவது $\alpha + \frac{2}{\beta}, \beta + \frac{2}{\alpha}$ ஐ மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு

$qx^2 + p(q+2)x + (q+2)^2 = 0$

$$(b) \quad y = \frac{x^2 + 3x - 4}{5x - k}$$

$$x^2 + (3 - 5y)x + (ky - 4) = 0$$

$$\Delta = (3 - 5y)^2 - 4(ky - 4)$$

$$= 25y^2 - (4k + 30)y + 25$$

x இன் மெய்ப்பெறுமானங்களுக்கு $\Delta \geq 0$

$$25y^2 - (4k + 30)y + 25 \geq 0$$

y இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் $25y^2 - (4k + 30)y + 25$

பெரிது அல்லது பூச்சியமாக இருப்பதற்கு

(i) y^2 இன் குணகம் $= 25 > 0$ ஆகவும்

(ii) $\Delta_1 = (4k + 30)^2 - 4 \times 25 \times 25 \leq 0$ ஆகவுமிருத்தல் வேண்டும்.

$$(4k + 30)^2 - 50^2 \leq 0$$

$$(4k - 20)(4k + 80) \leq 0$$

$$(k - 5)(k + 20) \leq 0$$

$$-20 \leq k \leq 5$$

$k = -5$ ஆக

$$f(x) = \frac{(x+4)(x-1)}{5(x+1)}$$

$$(1) \quad x = 0, \quad f(x) = -\frac{4}{5}$$

$$(2) \quad y = 0, \quad -4, 1$$

$$(3) \quad x = -1 \quad \text{அணுகுகோடு}$$

$$(4) \quad f(x) = -\frac{(x+4)\left(1-\frac{1}{x}\right)}{5\left(1+\frac{1}{x}\right)} \quad f(x) \longrightarrow \infty, \quad x \longrightarrow \infty \quad \text{ஆக}$$

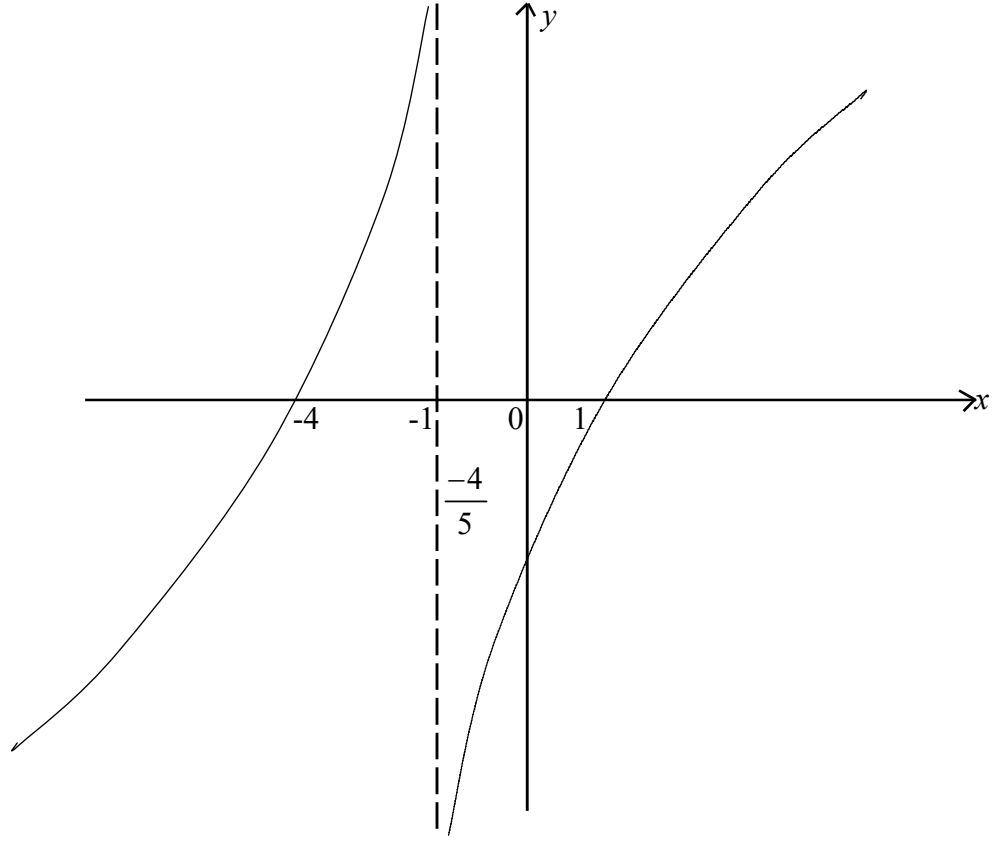
$$f(x) \longrightarrow -\infty, \quad x \longrightarrow -\infty \quad \text{ஆக}$$

$$(5) \quad x < -4, \quad f(x) < 0$$

$$-4 < x < -1, \quad f(x) > 0$$

$$-1 < x < 1, \quad f(x) < 0$$

$$x > 1, \quad f(x) > 0$$



$$02. \quad f(x) = \lambda^2 x^2 - (\lambda^2 - 2\lambda)x + 3 = 0$$

$$\alpha + \beta = \frac{\lambda^2 - 2\lambda}{\lambda^2}$$

$$\alpha\beta = \frac{3}{\lambda^2}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{\left(\frac{\lambda^2 - 2\lambda}{\lambda^2}\right)^2 - 2 \times \frac{3}{\lambda^2}}{\frac{3}{\lambda^2}} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{(\lambda^2 - 2\lambda)^2 - 6\lambda^2}{3\lambda^2} = \frac{4}{3}$$

$$3\lambda^4 - 12\lambda^3 + 12\lambda^2 - 18\lambda^2 = 12\lambda^2$$

$$3\lambda^4 - 12\lambda^3 - 18\lambda^2 = 0$$

$$\lambda^2 (\lambda^2 - 4\lambda - 6) = 0$$

$$\lambda^2 - 4\lambda - 6 = 0$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 4$$

$$\lambda_1 \lambda_2 = -6$$

$$\frac{\lambda_1^2}{\lambda_2}, \frac{\lambda_2^2}{\lambda_1} \text{ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு}$$

$$x^2 - \left[\frac{\lambda_1^2}{\lambda_2} + \frac{\lambda_2^2}{\lambda_1} \right] x + \lambda_1 \lambda_2 = 0$$

$$x^2 - \left[\frac{(\lambda_1^3 + \lambda_2^3)}{\lambda_1 \lambda_2} \right] x + \lambda_1 \lambda_2 = 0$$

$$x^2 - \left[\frac{(\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_1^2 - \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2)}{\lambda_1 \lambda_2} \right] x + \lambda_1 \lambda_2 = 0$$

$$x^2 - \left[\frac{4[16+18]}{-6} \right] x - 6 = 0$$

$$3x^2 + 68x - 18 = 0$$

$f(x) > 2\lambda x$ எனின், $f(x) - 2\lambda x > 0$ ஆகும்.

$$\lambda^2 x^2 - \lambda^2 x + 3 > 0$$

$$x^2 - x + \frac{3}{\lambda^2} > 0$$

$$x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{3}{\lambda^2} > 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{12 - \lambda^2}{4\lambda^2} \right) > 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2} \right)^2 \geq 0 \text{ எல்லா } x \in \mathbb{R} \text{ இற்கும்}$$

$$\frac{12 - \lambda^2}{4\lambda^2} \geq 0$$

$$12 - \lambda^2 > 0$$

$$\lambda^2 - 12 \leq 0$$

$$(\lambda + 2\sqrt{3})(\lambda - 2\sqrt{3}) \leq 0$$

$$-2\sqrt{3} \leq \lambda \leq 2\sqrt{3}$$

$$-3.42 \leq \lambda \leq 3.42$$

λ வின் மிகப் பெரிய நிறைவேண் பெறுமானம் 3

$$(b) \sum_{r=1}^{2n} (-1)^{r+1} \frac{1}{r} = \sum_{r=n+1}^{2n} \frac{1}{r}$$

$$\begin{aligned} n=1 \text{ ஆக இ.கை.ப} &= \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{1}{r} \\ &= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{வ.கை.ப} = \sum_{r=2}^2 \frac{1}{r} = \frac{1}{2}$$

$$\text{இ.கை.ப} = \text{வ.கை.ப}$$

$n=1$ ஆக முடிபு உண்மை.

$n=p$ இற்கு முடிபு உண்மை என்க.

$$\sum_{r=1}^{2p} (-1)^{r+1} \frac{1}{r} = \sum_{r=p+1}^{2p} \frac{1}{r}$$

$$\text{அதாவது} \quad 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \dots - \frac{1}{2p} = \frac{1}{p+1} + \frac{1}{p+2} + \dots + \frac{1}{2p}$$

$$n = p+1 \text{ ஆக,} \quad \sum_{r=1}^{2(p+1)} (-1)^{r+1} \frac{1}{r} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \dots - \frac{1}{2p} + \frac{1}{2p+1} - \frac{1}{2p+2}$$

$$= \left(\frac{1}{p+1} + \frac{1}{p+2} + \dots + \frac{1}{2p} \right) + \frac{1}{2p+1} - \frac{1}{2p+2}$$

$$= \frac{1}{p+2} + \frac{1}{p+3} + \dots + \frac{1}{2p} + \frac{1}{2p+1} - \frac{1}{2p+2} + \frac{1}{p+1}$$

$$= \frac{1}{p+2} + \frac{1}{p+3} + \dots + \frac{1}{2p} + \frac{1}{2p+1} + \frac{1}{2p+2}$$

$$= \sum_{r=p+2}^{2(p+1)} \frac{1}{r}$$

எனவே கணிதத் தொகுத்தறி முறையால் எல்லா நேர் நிறைவேண் n இற்கும் முடிபு உண்மையாகும்.

$$03. (a) \quad \frac{2r+3}{r(r+1)} = \frac{A}{r} + \frac{B}{r+1}$$

$$= \frac{A(r+1) + Br}{r(r+1)}$$

$$= \frac{(A+B)r + A}{r(r+1)}$$

$$2r+3 = (A+B)r + A$$

$$A = 3, B = -1 \quad \frac{2r+3}{r(r+1)} = \frac{3}{r} - \frac{1}{r+1}$$

$$Ur = \frac{2r+3}{r(r+1)} \times \frac{1}{3^r}$$

$$= \left[\frac{3}{r} - \frac{1}{r+1} \right] \cdot \frac{1}{3^r}$$

$$= \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{1}{3^{r-1}} - \frac{1}{r+1} \cdot \frac{1}{3^r} \right] = V_r - V_{r+1}$$

$$V_r = \frac{1}{r \cdot 3^{r-1}}$$

$$U_r = V_r - V_{r+1}$$

$$u_1 = v_1 - v_2$$

$$u_2 = v_2 - v_3$$

$$u_3 = v_3 - v_4$$

.....

$$u_{n-1} = v_{n-1} - v_n$$

$$u_n = v_n - v_{n+1}$$

$$\sum_{r=1}^n U_r = V_1 - V_{n+1}$$

$$\sum_{r=1}^n U_r = \frac{1}{1} - \frac{1}{n+1} \cdot \frac{1}{3^n}$$

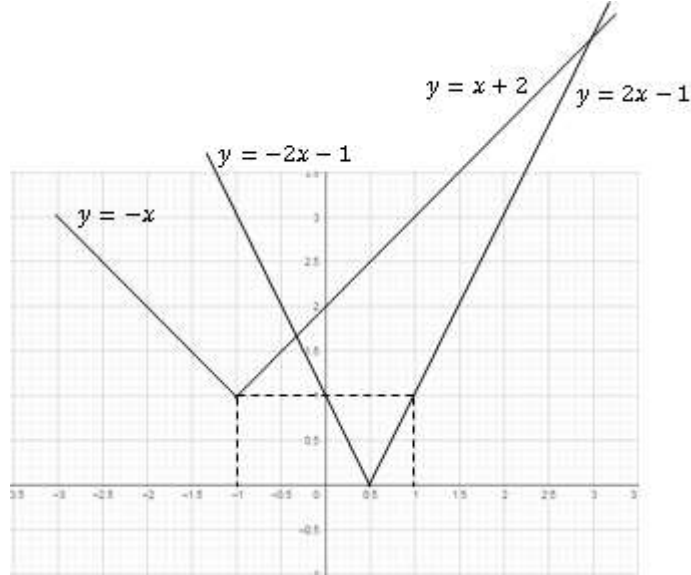
$$n \rightarrow \alpha \text{ ஆக } \frac{1}{n+1} \cdot \frac{1}{3^n} \rightarrow 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \alpha} \sum_{r=1}^n U_r = 1$$

தொடர் ஒருங்கும். முடிவிலி உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $\sum_{r=1}^{\alpha} U_n = 1$

$$(b) \quad y = |2x-1| = \begin{cases} 2x-1, & x \geq \frac{1}{2} \\ -2x+1, & x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$y = |x+1|+1 = \begin{cases} x+2, & x \geq -1 \\ -x, & x < -1 \end{cases}$$



$$y = x+2$$

$$y = -2x+1$$

$$x+2 = -2x+1$$

$$3x = -1$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

$$y = x+2$$

$$y = 2x-1$$

$$x+2 = 2x-1$$

$$x = 3$$

$$|2x-1|-|x+1| \geq 1$$

$$|2x-1| \geq 1+|x+1|$$

திருப்திப்படுத்தும் தீர்வுகள்

$$x \geq 3 \text{ உம் } x \leq -\frac{1}{3}$$

04.(a) (i) 6 பெண்களையும் ஒரு கூட்டமாகக் கருதுக.

இப்போது 7 பேரை ஒழுங்குபடுத்தக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கை
= 7! வழிகள்

6 பெண்களும் தங்களுக்குள் 6! வழிகளில் ஒழுங்குபடுத்தப்படலாம்.
எனவே 6 பெண்களும் ஒன்றாக இருக்குமாறு ஒழுங்குபடுத்தக்கூடிய
வழிகளின் எண்ணிக்கை $7! \times 6!$ ஆகும்.

$$= 5040 \times 720$$

$$= 3628800$$

(ii) G G G G G G (1)

↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ _____

G G G G G G (2)

↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ _____

ஆறு பெண்கள் இருக்கக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கை 6!

ஆறு ஆண்களும் மேலே காட்டியவாறு இரு முறைகளில் இருக்கலாம்.

ஒவ்வொரு முறையிலும் அவர்களின் ஒழுங்குகள் 6! ஆகும்.

எனவே ஆண்களும் பெண்களும் மாறி, மாறி இருக்கும் வழிகளின்

எண்ணிக்கை $2 \times 6! \times 6!$

$$= 2 \times 720 \times 720$$

$$= 1036800$$

(b) 0, 2, 3, 5, 7, 8



(i) நான்கு இலக்க எண்களின் எண்ணிக்கை

$$= 5 \times 6 \times 6 \times 6 = 1080$$

(ii) ஓரிலக்கம் ஒரு முறை மட்டும் எனின்,

$$= 5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$$

5000 இலும் பெரிதானதும் 2ஆல் வகுபடக் கூடியதும்

*	*	*	0	பூச்சியத்தில் முடிவடையும் எண்கள்	3 × 4 × 3 × 1 = 36
			2	2இல் முடிவடையும் எண்கள்	3 × 4 × 3 × 1 = 36
			8	8இல் முடிவடையும் எண்கள்	2 × 4 × 3 × 1 = 24

$$\text{மொத்தம்} = 36 + 36 + 24 = 96$$

$$(c) (1+x)^n = {}^n C_0 + {}^n C_1 x + {}^n C_2 x^2 + \dots + {}^n C_r x^r + \dots + {}^n C_n x^n$$

$$(x+1)^n = {}^n C_0 x^n + {}^n C_1 x^{n-1} + {}^n C_2 x^{n-2} + \dots + {}^n C_r x^{n-r} + \dots + {}^n C_n$$

x ஐக் குறித்து வகையிட

$$(1) \quad n(1+x)^{n-1} = {}^n C_1 + 2 \cdot {}^n C_2 x + \dots + r \cdot {}^n C_r x^{r-1} + \dots + n \cdot {}^n C_n x^{n-1}$$

$$(2) \quad n(x+1)^{n-1} = n \cdot {}^n C_0 x^{n-1} + (n-1) \cdot {}^n C_1 x^{n-2} + \dots + (n-r) \cdot {}^n C_r x^{n-r-1} + 1 \cdot {}^n C_{n-1}$$

(1) × (2) ஐக் கருதுக.

$$n^2(1+x)^{2n-2} = ({}^n C_1 + \dots + n \cdot {}^n C_n x^{n-1}) (n \cdot {}^n C_0 x^{n-1} + \dots + {}^n C_{n-1})$$

x^{n-2} இன் குணகம்

வ.கை.ப இல் x^{n-2} இன் குணகம்

$$(n-1)^n C_1^2 + 2(n-2)^n C_2^2 + \dots + r(n-r)^n C_{r-1}^2 + \dots + (n-1)^n C_n^2$$

இ.கை.ப இல் x^{n-2} இன் குணகம் $n^2 \cdot 2^{n-2} C_{n-2}$

எனவே முடிபு பெறப்படும்.

(3) இல் $x=1$ எனப் பிரதியிட

$$n^2 \cdot 2^{2n-2} = \left({}^n C_1 + 2 \cdot {}^n C_2 + \dots + n \cdot {}^n C_n \right) \left(n \cdot {}^n C_0 + \dots + 1 \cdot {}^n C_{n-1} \right)$$

$$n^2 \cdot 2^{2n-2} = \sum_{r=1}^n r \cdot {}^n C_r \cdot \sum_{r=0}^{n-1} (n-r) \cdot {}^n C_r$$

06. (a) $Z^3 = 1$

$$(Z-1)(Z^2 + Z + 1) = 0$$

$$Z-1=0 \text{ அல்லது } Z^2 + Z + 1 = 0$$

$$Z=1$$

$$Z = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

$$Z=1 \text{ அல்லது } -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ அல்லது } -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$Z^3 - 1 = 0$ இன் கற்பனை மூலகங்களிலொன்று ω என்க.

இப்பொழுது

$$\omega^3 - 1 = 0$$

$$(\omega-1)(\omega^2 + \omega + 1) = 0$$

$\omega \neq 1$ ஆகவே, $1 + \omega + \omega^2 = 0$

(i) $1 + \omega = -\omega^2$

$$\frac{1}{1+\omega} = -\frac{1}{\omega^2}$$

$$\frac{\omega}{1+\omega} = -\frac{1}{\omega}$$

(ii) $1 + \omega^2 = -\omega$

$$\frac{1}{1+\omega^2} = -\frac{1}{\omega}$$

$$\frac{\omega^2}{\omega^2+1} = -\omega$$

$$\begin{aligned}
\text{(iii)} \quad & \left(\frac{\omega}{1+\omega} \right)^{3k} + \left(-\frac{\omega^2}{1+\omega} \right)^{3k} \\
& = \left(-\frac{1}{\omega} \right)^{3k} + (-\omega)^{3k} \\
& = (-1)^{3k} \left[\frac{1}{(\omega^3)^k} + (\omega^3)^k \right] \\
& = (-1)^{3k} [1+1] \\
& = (-1)^{3k} \cdot 2
\end{aligned}$$

k ஒற்றை எனின், $(-1)^{3k} \cdot 2 = -2$

k இரட்டை எனின், $(-1)^{3k} \cdot 2 = 2$

$$(b) \quad u = 2i = 2 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$$

$$v = -\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$uv = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} \right) \right) = 2 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right)$$

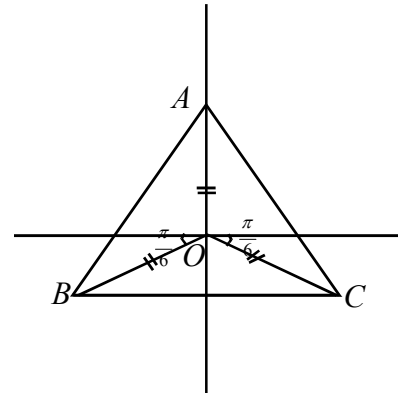
$$= 2 \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{6} \right) \right)$$

$$\frac{u}{v} = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3} \right) \right)$$

$$= 2 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right)$$

$$OA = OB = OC$$

$\hat{BAC} = \hat{ABC} = \hat{ACB} = 60^\circ$ என நிறுவலாம்.
எனவே ABC ஒரு சமபக்க முக்கோணி



$$06. (a) \quad \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{4n+1}$$

$$= \left(\frac{1+i}{1-i} \times \frac{1+i}{1+i}\right)^{4n+1}$$

$$= \left(\frac{2i}{2}\right)^{4n+1} = i^{4n+1} = (i^4)^n i = i$$

$$x^3 - 1 = 0$$

$$(x-1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1, \quad x^2 + x + 1 = 0, \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

$$x = 1, \quad x = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad x = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = 1, \quad x = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}, \quad x = \cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}$$

$$x = 1, \quad \omega, \omega^2$$

$$\text{அத்தோடு, } 1 + \omega + \omega^2 = 0, \quad \omega^3 = 1$$

$$(x+2)^3 = 1; \quad y^3 = 1; \quad y = 1, \omega, \omega^2$$

$$x+2 = y \text{ என்க.}$$

$$x+2 = 1, \quad x+2 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad x+2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = -1, \quad x = -\frac{5}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad x = -\frac{5}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(2 + 5\omega + 2\omega^2)^6 = (2 + 2\omega + 2\omega^2 + 3\omega)^6$$

$$= (3\omega)^6 = 3^6 \cdot \omega^6 = 729$$

$$(p-q)(p\omega-q)(p\omega^2-q)$$

$$= (p-q)[p^2\omega^3 - pq\omega^2 - pq\omega + q^2]$$

$$= (p-q)(p^2 + pq + q^2) = p^3 - q^3$$

$$\omega(b+c\omega+a\omega^2) = b\omega + c\omega^2 + a\omega^3$$

$$= a + b\omega + c\omega^2$$

$$\frac{a + b\omega + c\omega^2}{b + c\omega + a\omega^2} = \omega$$

$$(b) |Z - 3 - 3i| = 2$$

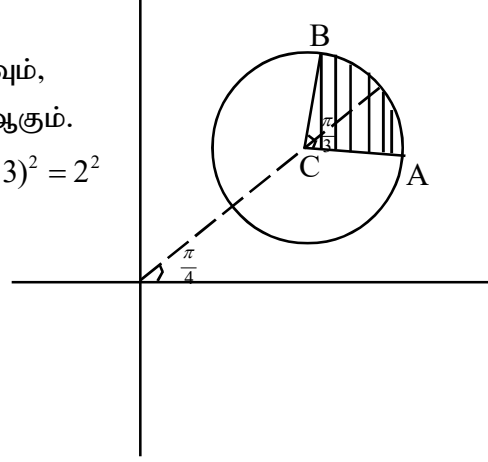
P யின் ஒழுக்கு $(3, 3)$ ஐ மையமாகவும்,

ஆரை 2 உம் உடைய ஒரு வட்டம் ஆகும்.

வட்டத்தின் சமன்பாடு $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 2^2$

இப்பிரதேசத்தில் $|Z|$ இன் அதிகபடிய

பெறுமானம் $3\sqrt{2} + 2$



$$\begin{aligned}
 07. (a) \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^2 x}{x^2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2 \sin^2 2x - \cos^2 x}{x^2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} - 2 \cdot \frac{\sin^2 2x}{x^2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 - 2 \times 4 \times \frac{\sin^2 2x}{(2x)^2} \\
 &= 1 - 8 \times 1 \\
 &= -7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - 2 \sin x}{x^3} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 2x}{\cos 2x} - 2 \sin x}{x^3} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x}{x} \left(\frac{\cos x - \cos 2x}{x^2} \right) \times \frac{1}{\cos 2x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x}{x} \times \frac{2 \sin \frac{3x}{2}}{x} \times \frac{\sin \frac{x}{2}}{x} \times \frac{1}{\cos 2x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x}{x} \times \frac{2 \sin \frac{3}{2} x}{\frac{3x}{2}} \times \frac{3}{2} \times \frac{\sin \frac{x}{2}}{2 \times \frac{x}{2}} \times \frac{1}{\cos 2x} \\
 &= 2 \times 2 \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = 3
 \end{aligned}$$

$$(b) \quad y = \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}, \quad Z = \sec^{-1} x \quad (x > \sqrt{2})$$

$$\sin y = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \quad x = \sec z$$

$$\sin y = \frac{1}{\sqrt{\sec^2 z - 1}} = \frac{1}{\sqrt{\tan^2 z}} = \cot z$$

$$\cos y \cdot \frac{dy}{dz} = -\operatorname{cosec}^2 z$$

$$x > \sqrt{2}, \quad 0 < y < \frac{\pi}{2}, \quad 0 < z < \frac{\pi}{2} \quad \text{என்பதால்}$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 y} \cdot \frac{dy}{dz} = -(1 + \cot^2 z)$$

$$\sqrt{1 - \frac{1}{x^2-1}} \cdot \frac{dy}{dz} = -\left(1 + \frac{1}{\tan^2 z}\right)$$

$$\sqrt{\frac{x^2-2}{x^2-1}} \cdot \frac{dy}{dz} = -\frac{\sec^2 z}{\sec^2 z - 1} = -\frac{x^2}{x^2-1}$$

$$\frac{dy}{dz} = -\frac{x^2}{x^2-1} \times \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2-2}}$$

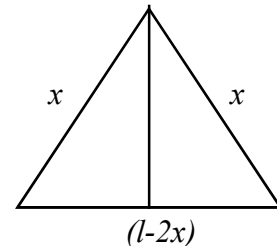
$$\frac{dy}{dz} = \frac{-x^2}{\sqrt{(x^2-2)(x^2-1)}}$$

$$\frac{dy}{dz} + \frac{x^2}{\sqrt{(x^2-2)(x^2-1)}} = 0$$

$$(ii) \quad \frac{dy}{dz} + \frac{x^2}{\sqrt{(x^2-1)(x^2-2)}} = 0$$

$$(c) \quad \text{பரப்பளவு } A = \left(\frac{l}{2} - x\right) \sqrt{x^2 - \left(\frac{l}{2} - x\right)^2}$$

$$= \left(\frac{l}{2} - x\right) \sqrt{lx - \frac{l^2}{4}}$$



$$\frac{dA}{dx} = \left(\frac{l}{2} - x\right) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{lx - \frac{l^2}{4}}} \times l + \sqrt{lx - \frac{l^2}{4}} \quad (-1)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{l}{2} \left(\frac{l}{2} - x\right) - \left(lx - \frac{l^2}{4}\right)}{\sqrt{lx - \frac{l^2}{4}}} \\ &= \frac{\frac{l^2}{2} - \frac{3lx}{2}}{\sqrt{lx - \frac{l^2}{4}}} \\ &= \frac{-3l}{2\sqrt{lx - \frac{l^2}{4}}} \left(x - \frac{l}{3}\right) \end{aligned}$$

$\frac{l}{4} < x < \frac{l}{3}$, $\frac{dA}{dx} > 0$ A அதிகரிக்கும்.

$x > \frac{l}{3}$, $\frac{dA}{dx} < 0$ A குறையும்.

$x = \frac{l}{3}$ இல் A இற்கு உயர்வு உண்டு. முக்கோணி சமபக்க முக்கோணியாகும்.

$$\text{பரப்பளவு} = \frac{1}{2} \times \frac{l}{3} \times \frac{l}{3} \times \sin 60$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{l}{3} \times \frac{l}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}l^2}{36} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

08. (a) (i) $f(x) = \sin 2x$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(2x+2h) - \sin 2x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \cos(2x+h) \sin h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 2 \cos(2x+2h) \frac{\sin h}{h} \\ &= 2 \cos 2x \times 1 = 2 \cos 2x \end{aligned}$$

$$(ii) \frac{d^n}{dx^n}(\sin 2x) = 2^n \sin\left[\frac{n\pi}{2} - 2x\right]$$

$n=1$ ஆக,

$$\text{இ.கை.ப} = \frac{d}{dx}(\sin 2x) = 2 \cos 2x$$

$$\text{வ.கை.ப} = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 2 \cos 2x$$

$n=1$ ஆக முடிபு உண்மை.

$n=p$ இற்கு முடிபு உண்மை என்க.

$$\begin{aligned} \frac{d^p}{dx^p}(\sin 2x) &= 2^p \cdot \sin\left(\frac{p\pi}{2} - 2x\right) \\ \frac{d^{p+1}}{dx^{p+1}}(\sin 2x) &= \frac{d}{dx}\left[2^p \cdot \sin\left(\frac{p\pi}{2} - 2x\right)\right] \end{aligned}$$

$$= 2^p \cdot \cos\left(\frac{p\pi}{2} - 2x\right) \times (-2)$$

$$= 2^{p+1} \left[-\cos\left(\frac{p\pi}{2} - 2x\right)\right]$$

$$= 2^{p+1} \cdot \sin\left[\frac{\pi}{2} + \left(\frac{p\pi}{2} - 2x\right)\right]$$

$$= 2^{p+1} \cdot \sin\left[(p+1)\frac{\pi}{2} - 2x\right]$$

$n=p+1$ ஆக முடிபு உண்மை.

கணிதத் தொகுத்தறி முறையால் எல்லா நேர் நிறையெண் n இற்கும் முடிபு உண்மையாகும்.

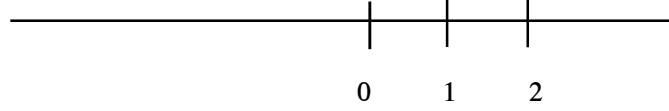
$$(b) f(x) = 1 + \frac{1}{x(x-2)}$$

$$f'(x) = \frac{-(2x-2)}{x^2(x-2)^2}$$

$$= \frac{-2(x-1)}{x^2(x-2)^2}$$

$$x=1 \text{ ஆக, } f'(x) = 0$$

$x=0, x=2$ ஆகியன அணுகுகோடுகள் ஆகும்.



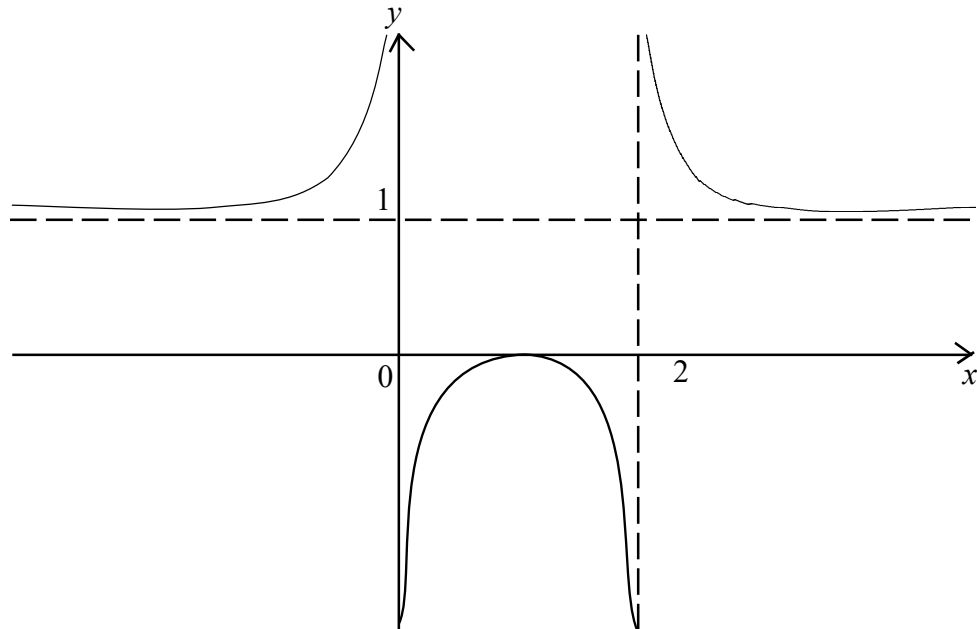
$x < 0$	$f'(x) > 0$	f அதிகரிக்கும்.
$0 < x < 1$	$f'(x) > 0$	f அதிகரிக்கும்.
$1 < x < 2$	$f'(x) < 0$	f குறையும்.
$x > 2$	$f'(x) < 0$	f குறையும்.

$x=1$ இல் f இற்கு உயர்வு உண்டு. $f(1) = 0$ ஆகும்.

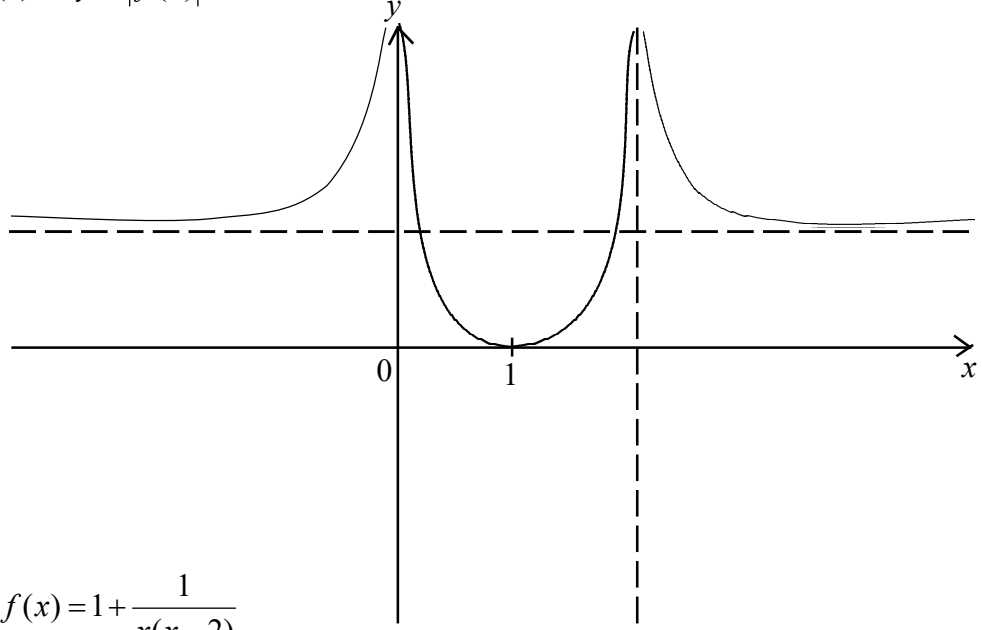
$$f(x) \rightarrow 1, x \rightarrow \pm\infty \text{ ஆக}$$

$y=1$ ஓர் அணுகு கோடு ஆகும்.

$$(i) y = f(x)$$



(ii) $y = |f(x)|$



$$f(x) = 1 + \frac{1}{x(x-2)}$$

$$= \frac{(x-1)^2}{x(x-2)}$$

$$\frac{1}{f(x)} = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$$

$$f(x) \rightarrow 1, \quad x \rightarrow \pm\infty; \quad \frac{1}{f(x)} \rightarrow 1, \quad x \rightarrow \pm\infty$$

இங்கு $x = 0, 2$ இல் $\frac{1}{f(x)} = 0$

$x < 0$ $\frac{1}{f(x)}$ குறையும்.

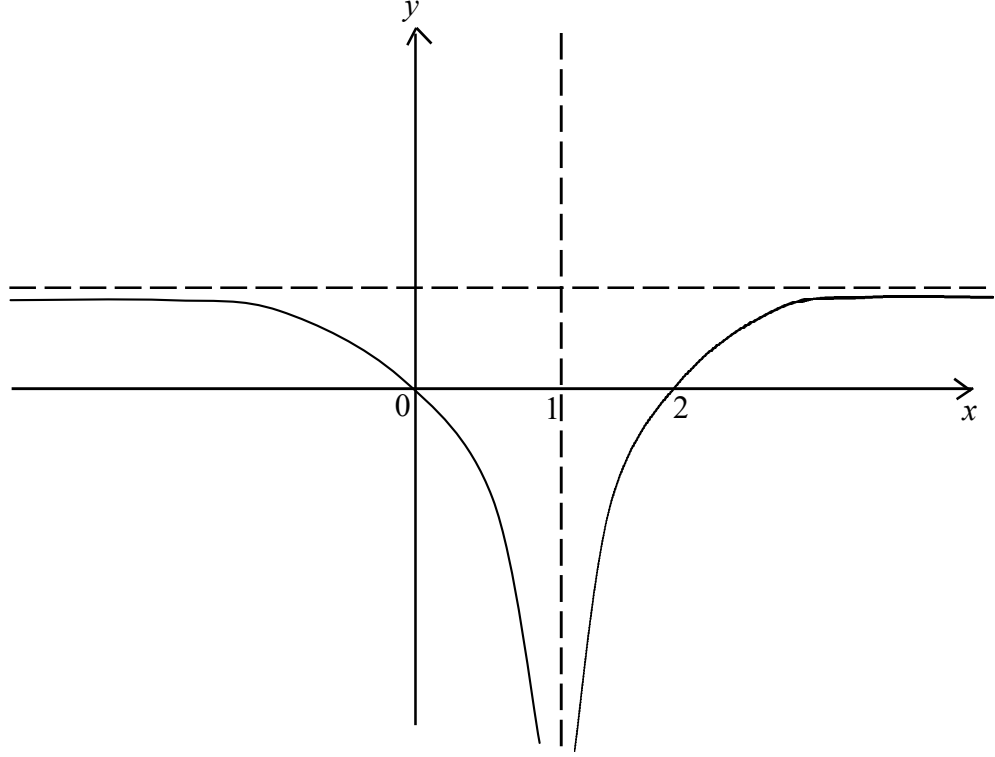
$0 < x < 1$ $\frac{1}{f(x)}$ குறையும்..

$x > 1$ இல் $\frac{1}{f(x)}$ அதிகரிக்கும்.
 $f(x) = 0$

$x = 1$, $y = \frac{1}{f(x)}$ இன் அணுகு கோடு ஆகும்.

$1 < x < 2$, $x > 2$ இல் $f(x)$ குறையும்.

$\frac{1}{f(x)}$ அதிகரிக்கும்.



$$09. (a) \frac{1}{(1-x^2)(x^2+1)} = \frac{A}{1+x} + \frac{B}{1-x} + \frac{Cx+D}{1+x^2}$$

$$1 = A(1+x^2)(1-x) + B(1+x)(1+x^2) + (Cx+D)(1+x)(1-x)$$

$$x=1, \quad 1 = 4B, \quad B = \frac{1}{4}$$

$$x=-1, \quad 1 = 4A, \quad A = \frac{1}{4}$$

$$x=0, \quad 1 = A+B+D, \quad D = \frac{1}{2}$$

$$x^3 \text{ இன் குணகம்: } B \quad 0 = -A+B-C, \quad C=0$$

$$\int \frac{1}{(1-x^2)(1+x^2)} dx = \int \frac{1}{4(1+x)} dx + \int \frac{1}{4(1-x)} dx + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{1+x^2}$$

$$= \frac{1}{4} \ln|1+x| - \frac{1}{4} \ln|1-x| + \frac{1}{2} \tan^{-1} x + c$$

$$(b) \quad t = \sin x - \cos x$$

$$t^2 = (\sin x - \cos x)^2 = 1 - \sin 2x$$

$$\sin 2x = 1 - t^2$$

$$t = \sin x - \cos x \quad x: 0 \rightarrow \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{dt}{dx} = \cos x + \sin x \quad t: -1 \rightarrow 0$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16 \sin 2x} dx &= \int_{-1}^0 \frac{dt}{9 + 16(1 - t^2)} \\ &= \int_{-1}^0 \frac{dt}{(5 - 4t)(5 + 4t)} \\ &= \int_{-1}^0 \left\{ \frac{A}{(5 - 4t)} + \frac{B}{(5 + 4t)} \right\} dt \end{aligned}$$

$$5A + 5B = 1$$

$$4A - 4B = 0$$

$$A = \frac{1}{10}, B = \frac{1}{10}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{10} \int_{-1}^0 \frac{dt}{(5 - 4t)} + \frac{1}{10} \int_{-1}^0 \frac{dt}{(5 + 4t)} \\ &= \frac{-1}{40} \ln|5 - 4t| + \frac{1}{40} \ln|5 + 4t| \\ &= \frac{1}{40} \left[\ln \left| \frac{5 + 4t}{5 - 4t} \right| \right]_{-1}^0 \\ &= \frac{1}{40} \left[\ln 1 - \ln \frac{1}{9} \right] \\ &= \frac{1}{40} \ln 9 \end{aligned}$$

$$(c) \quad I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{a \cos x + b \sin x} dx, \quad J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{a \cos x + b \sin x} \text{ என்க.}$$

$$aI + bJ = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{a \cos x + b \sin x}{a \cos x + b \sin x} dx = [x]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2}$$

$$bI - aJ = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{b \cos x - a \sin x}{a \cos x + b \sin x} dx$$

$$= \left[\ln |a \cos x + b \sin x| \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \ln \left| \frac{b}{a} \right|$$

$$I = \frac{1}{a^2 + b^2} \left[\frac{\pi a}{2} + b \ln \left| \frac{b}{a} \right| \right]$$

$$J = \frac{1}{a^2 + b^2} \left[\frac{\pi b}{2} - a \ln \left| \frac{b}{a} \right| \right]$$

$$10. \quad (a) \quad \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x) \sin(\pi - x)}{1 + \cos^2(\pi - x)} dx = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x) \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

$$= \int_0^{\pi} \frac{\pi \sin x dx}{1 + \cos^2 x} - \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

$$2 \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \pi \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

$u = \cos x$ எனப் பிரதியிடுக.

$$\frac{du}{dx} = -\sin x$$

$$x : 0 \rightarrow \pi$$

$$u : 1 \rightarrow -1$$

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

$$= \frac{\pi}{2} \int_1^{-1} \frac{-du}{1 + u^2}$$

$$= \frac{\pi}{2} \int_{-1}^1 \frac{+du}{1 + u^2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\pi}{2} \left[\tan^{-1} u \right]_{-1}^1 \\
&= \frac{\pi}{2} \left[\tan^{-1}(1) - \tan^{-1}(-1) \right] \\
&= \frac{\pi}{2} \left[\frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right] = \frac{\pi^2}{4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(b) \quad &\int \frac{x.e^x}{(1+x)^2} dx \\
&= \int x.e^x \cdot \frac{1}{(1+x)^2} dx
\end{aligned}$$

$$u = x.e^x \quad \frac{dv}{dx} = \frac{1}{(1+x)^2}$$

$$v = \frac{-1}{(1+x)}$$

$$\int \frac{x.e^x}{(1+x)^2} dx = x.e^x \frac{-1}{(1+x)} - \int \frac{-1}{(1+x)} . e^x (x+1) dx$$

$$= \frac{-x.e^x}{1+x} + \int e^x dx$$

$$= \frac{-x.e^x}{1+x} + e^x$$

$$= \frac{e^x}{1+x}$$

$$(c) \quad y = x(2-x)$$

$$= -(x^2 - 2x)$$

$$= -[x^2 - 2x + 1 - 1]$$

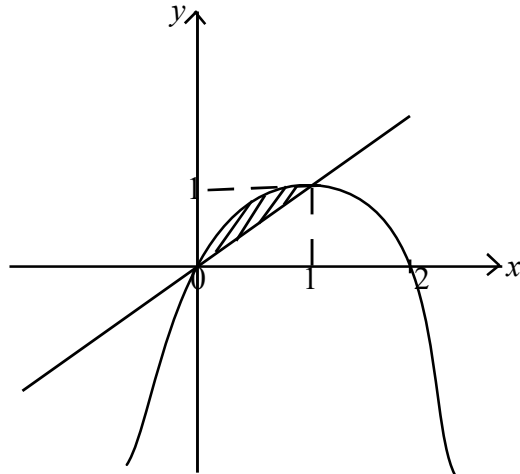
$$y = -(x-1)^2 + 1$$

$$x(2-x) = x$$

$$x(2-x) - x = 0$$

$$x(1-x) = 0$$

$$x = 0, 1$$



$$\begin{aligned}
\text{பரப்பளவு} &= \int_0^1 (2x - x^2) dx - \int_0^1 x dx \\
&= \int_0^1 (x - x^2) dx = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 \\
&= \frac{1}{6} \text{ சதுர அலகுகள்}
\end{aligned}$$

11. (a) AD : $x + y - 4 = 0$

AC : $3x - y - 8 = 0$

$A \equiv (3, 1)$

AB யின் சமன்பாடு

$$(y + x - 4) + \lambda(y - 3x + 8) = 0$$

$$(1 - 3\lambda)x + (1 + \lambda)y + (8\lambda - 4) = 0$$

AB யின் படித்திறன் $= \frac{3\lambda - 1}{\lambda + 1}$

AD யின் படித்திறன் $= -1$

AB யின் படித்திறன் $= 1 = \frac{3\lambda - 1}{\lambda + 1}$
 $\lambda = 1$

AB யின் சமன்பாடு $= x - y - 2 = 0$

$B \equiv (x_0, y_0)$ என்க.

$$\frac{y_0 - 1}{x_0 - 3} = 1$$

$$\frac{y_0 - 1}{1} = \frac{x_0 - 3}{1} \quad (=t \text{ என்க.})$$

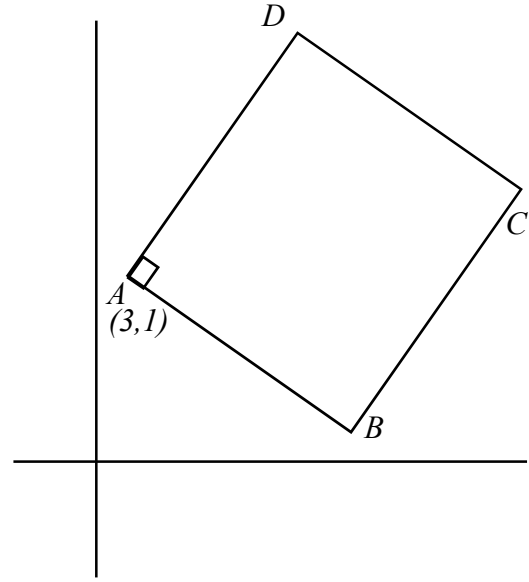
$$(x_0 - 3)^2 + (y_0 - 1)^2 = (2\sqrt{2})^2$$

$$t^2 + t^2 = 8$$

$$2t^2 = 8$$

$$t^2 = 4$$

$$t = \pm 2$$



$$t = 2, \quad B \equiv (5, 3)$$

$$t = -2, \quad B \equiv (+1, -1)$$

B முதலாம் கால்வட்டத்தில் அமைவதால்

$$B \equiv (5, 3)$$

BC யின் சமன்பாடு

$$y + x = k \quad (AD // BC)$$

$$5 + 3 = k$$

$$k = 8$$

$\therefore BC$ யின் சமன்பாடு $y + x = 8$

BD , $x - 3y + 7 = 0$ இற்கு சமாந்தரமாவதால்

$$BD \text{ யின் சமன்பாடு} = x - 3y + c = 0$$

$$5 - 9 + c = 0$$

$$c = 4$$

$$BD \text{ யின் சமன்பாடு} \quad x - 3y + 4 = 0$$

$$BD : x - 3y + 4 = 0$$

$$AD : x + y - 4 = 0$$

$$D \equiv (2, 2)$$

$$CD \text{ யின் சமன்பாடு} \quad x - y = k$$

$$2 - 2 = k$$

$$k = 0$$

$$CD \text{ யின் சமன்பாடு} \quad x - y = 0$$

$$(b) \quad S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$S: (2, 0), (0, -1)$$

$$4 + 0 + 4g + 0 + c = 0$$

$$0 + 1 + 0 - 2f + c = 0$$

$$4 + 4g + c = 0$$

$$1 - 2f + c = 0$$

$$g = \frac{-(c+4)}{4}, \quad f = \frac{c+1}{2}$$

$$S \equiv x^2 + y^2 - \frac{2(c+4)}{4}x + \frac{2(c+1)}{2}y + c = 0$$

$$2x^2 + 2y^2 - (c+4)x + 2(c+1)y + 2c = 0$$

வட்டத்தின் பொதுச் சமன்பாடு

$$S \equiv x^2 + y^2 - \left(\frac{\lambda+4}{2}\right)x + (\lambda+1)y + \lambda = 0 \text{ ஆகும்.}$$

இவ்வட்டம் (1,-1) இனாடு செல்வதால்

$$1+1 - \left(\frac{\lambda+4}{2}\right) - (\lambda+1) + \lambda = 0$$

$$\lambda = -2$$

(i) S_1 இன் சமன்பாடு $x^2 + y^2 - x - y - 2 = 0$

மையம் $C_1 \equiv \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

(ii) $S_2 \equiv x^2 + y^2 - \left(\frac{\lambda+4}{2}\right)x + (\lambda+1)y + \lambda = 0$

$S_1 = 0, S_2 = 0$ இன் பொது நாணின் சமன்பாடு $S_1 - S_2 = 0$

$$\left(\frac{\lambda+4}{2} - 1\right)x - (\lambda+2)y - (\lambda+2) = 0$$

$$(\lambda+2)x - 2(\lambda+2)y - 2(\lambda+2) = 0$$

பொது நாண், $S_2 = 0$ இன் மையம் $\left(\frac{\lambda+4}{4}, \frac{-(\lambda+1)}{2}\right)$ இனாடு செல்வதால்

$$(\lambda+2)\left(\frac{\lambda+4}{4}\right) + 2(\lambda+2)\left(\frac{\lambda+1}{2}\right) - 2(\lambda+2) = 0$$

$$\lambda(\lambda+2) = 0$$

$$\lambda = 0 \text{ அல்லது } \lambda = -2$$

$$\lambda = -2, S_2 \equiv S_1$$

$$\lambda = 0, S_2 \equiv x^2 + y^2 - 2x + y = 0$$

$$(iii) \quad x^2 + y^2 - \left(\frac{\lambda_1 + 4}{2}\right)x + (\lambda_1 + 1)y + \lambda_1 = 0$$

$$x^2 + y^2 - \left(\frac{\lambda_2 + 4}{2}\right)x + (\lambda_2 + 1)y + \lambda_2 = 0$$

$$\text{மையம் } C_1 \equiv \left(\frac{\lambda_1 + 4}{4}, -\frac{\lambda_1 + 1}{2}\right)$$

$$C_2 \equiv \left(\frac{\lambda_2 + 4}{4}, -\frac{\lambda_2 + 1}{2}\right)$$

நிமிர் கோணத்தில் வெட்டின்

$$2\left(\frac{\lambda_1 + 4}{4}\right)\left(\frac{\lambda_2 + 4}{4}\right) + 2\left(\frac{\lambda_1 + 1}{2}\right)\left(\frac{\lambda_2 + 1}{2}\right) = \lambda_1 + \lambda_2$$

$$\lambda_1 \lambda_2 = -4$$

12. (a) CP யின் சமன்பாடு $x - 4y + 10 = 0$
 BQ யின் சமன்பாடு $6x + 10y - 59 = 0$
 C, $x - 4y + 10 = 0$ இல் உள்ளது.

$$C \equiv \left(t, \frac{t+10}{4}\right), \quad A \equiv (3, -1)$$

$$Q \equiv \left(\frac{t+3}{2}, \frac{t+6}{8}\right)$$

Q, BQ இலிருப்பதால், $6x + 10y - 59 = 0$

$$6\left(\frac{t+3}{2}\right) + 10\left(\frac{t+6}{8}\right) - 59 = 0$$

$$t = 10$$

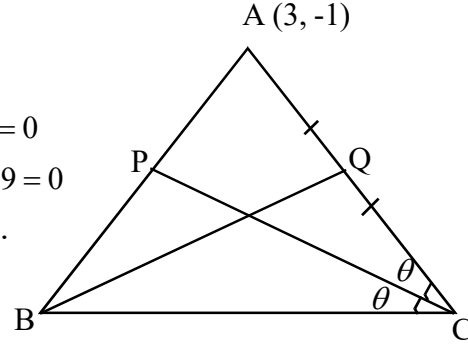
$$C \equiv (10, 5)$$

AC யின் படித்திறன் $\frac{6}{7}$

CP யின் படித்திறன் $\frac{1}{4}$

BC யின் படித்திறன் m என்க.

$$\left| \frac{m - \frac{1}{4}}{1 + \frac{m}{4}} \right| = \left| \frac{\frac{6}{7} - \frac{1}{4}}{1 + \frac{6}{7} \times \frac{1}{4}} \right|$$



$$\left| \frac{4m-1}{4+m} \right| = \left| \frac{1}{2} \right|$$

$$\frac{4m-1}{4+m} = \pm \frac{1}{2}$$

$$m = \frac{6}{7} \text{ அல்லது } -\frac{2}{9}$$

$$\text{BC யின் சமன்பாடு } y-5 = -\frac{2}{9}(x-10)$$

$$2x+9y-65=0$$

$$\text{AC யின் சமன்பாடு } y+1 = \frac{6}{7}(x-3)$$

$$6x-7y-25=0$$

$$BC: 2x+9y-65=0$$

$$BQ: 6x+10y-59=0$$

$$B \equiv \left(-\frac{7}{2}, 8 \right)$$

AC யிற்கு செங்குத்தான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை $7x+6y+c=0$ எனும் வடிவில் எழுதலாம்.

இந்நேர்கோடு $B \equiv \left(-\frac{7}{2}, 8 \right)$ இனூடு செல்வதால்

$$7 \times \left(-\frac{7}{2} \right) + 6 \times 8 + c = 0$$

$$c = \frac{-47}{2}$$

$$\text{AC யின் சமன்பாடு } 14x+12y-47=0$$

(b) $S_3 = 0$ இன் சமன்பாடு

$$(3x^2 + 3y^2 - 6x - 1) + \lambda(x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1) = 0$$

$S_1 = 0$ இன் மையம் (1,0)

$S_3 = 0$, (1,0) இனூடு செல்வதால்

$$(3+0-6-1) + \lambda(1+0+2-0+1) = 0$$

$$\lambda = 1$$

$S_3 = 0$ இன் சமன்பாடு

$$(3x^2 + 3y^2 - 6x - 1) + \lambda(x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1) = 0$$

$$4x^2 + 4y^2 - 4x - 4y = 0$$

$$x^2 + y^2 - x - y = 0$$

$$S_2 = 0 \quad g = 1 \quad f = -2 \quad c = 1$$

$$S_3 = 0 \quad g' = -\frac{1}{2} \quad f' = -\frac{1}{2} \quad c' = 0$$

$$2gg' + 2ff' = 2 \times 1 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 2 \times (-2) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 + 2 = 1$$

$$c + c' = 1 + 0 = 1$$

$$2gg' + 2ff' = c + c'$$

$S_3 = 0$, $S_2 = 0$ நிமிர் கோணத்தில் இடை வெட்டுகின்றன.

S_1 இன் மையம் (1,0)

(x_1, y_1) இல்

வட்டம் $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ இற்கு தொடலியின் சமன்பாடு

$$xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0$$

(1, 0) இல் $x^2 + y^2 - x - y = 0$ இற்கு தொடலியின் சமன்பாடு

$$x \times 1 + y \times 0 - \frac{1}{2}(x+1) - \frac{1}{2}(y+0) = 0$$

$$x - \frac{x+1}{2} - \frac{y}{2} = 0$$

$$x - y - 1 = 0$$

AB யின் சமன்பாடு

$$y - 8 = \left(\frac{-1-8}{3+\frac{7}{2}} \right) \left(\lambda + \frac{7}{2} \right)$$

$$y - 8 = \frac{9 \times 2}{13} \left(\lambda + \frac{7}{2} \right)$$

$$13y - 104 = -18x - 63$$

$$18x + 13y - 41 = 0$$

$$13. (a)(i) \quad (2 \sin x - \cos x)(1 + \cos x) = \sin^2 x$$

$$(2 \sin x - \cos x)(1 + \cos x) - (1 - \cos^2 x) = 0$$

$$(1 + \cos x)[(2 \sin x - \cos x - (1 - \cos x))] = 0$$

$$(1 + \cos x)(2 \sin x - 1) = 0$$

$$\cos x + 1 = 0 \quad \text{அல்லது} \quad 2 \sin x - 1 = 0$$

$$\cos x = -1 \quad \sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = 2n\pi \pm \pi, n \in \mathbb{Z} \quad x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}; n \in \mathbb{Z}$$

$$(ii) \quad 2 \tan x + \sec 2x = 2 \tan 2x$$

$$2 \tan x + \frac{1 + \tan^2 x}{1 - \tan^2 x} = \frac{4 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$2 \tan x(1 - \tan^2 x) + (1 + \tan^2 x) = 4 \tan x$$

$$2 \tan x - 2 \tan^3 x + 1 + \tan^2 x = 4 \tan x$$

$$2 \tan^3 x - \tan^2 x + 2 \tan x - 1 = 0$$

$$\tan^2 x(2 \tan x - 1) + 1(2 \tan x - 1) = 0$$

$$(\tan^2 x + 1)(2 \tan x - 1) = 0$$

$$\tan^2 x + 1 \neq 0; \quad \tan x = \frac{1}{2}$$

$$x = n\pi + \alpha \left[\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \right] \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$(b) \quad 2 \cos^2 \theta - 2 \cos^2 2\theta$$

$$= (1 + \cos 2\theta) - (1 + \cos 4\theta)$$

$$= \cos 2\theta - \cos 4\theta$$

$$\theta = 36^\circ \quad \text{எனின்,}$$

$$2 \cos^2 36^\circ - 2 \cos^2 72^\circ = \cos 72^\circ - \cos 144^\circ$$

$$2(\cos 36^\circ - \cos 72^\circ)(\cos 36^\circ + \cos 72^\circ) = \cos 72^\circ - \cos 144^\circ$$

$$\begin{aligned}\cos 36^\circ - \cos 72^\circ &= \frac{\cos 72^\circ - \cos 144^\circ}{2(\cos 36^\circ + \cos 72^\circ)} \\ &= \frac{2 \sin 108^\circ \sin 36^\circ}{4 \cos 54^\circ \cos 18^\circ} \\ &= \frac{2 \cos 18^\circ \cos 54^\circ}{4 \cos 54^\circ \cos 18^\circ} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\cos 36 - \cos 72 = \frac{1}{2}$$

$\cos 36 = x$ என்க.

$$x - (2x^2 - 1) = \frac{1}{2}$$

$$2x - 4x^2 + 2 = 1$$

$$4x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+16}}{8}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{8} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}\end{aligned}$$

$\cos 36^\circ > 0$ ஆதலால்

$$\cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

$$\cos 72 = \cos 36 - \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{\sqrt{5}+1}{4} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{5}-1}{4}\end{aligned}$$

$$(c) (i) \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad (=k \text{ என்க.})$$

$$\frac{a^2 - b^2}{\cos A + \cos B} + \frac{b^2 - c^2}{\cos B + \cos C} + \frac{c^2 - a^2}{\cos C + \cos A}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{k^2(\sin^2 A - \sin^2 B)}{\cos A + \cos B} + \frac{k^2(\sin^2 B - \sin^2 C)}{\cos B + \cos C} + \frac{k^2(\sin^2 C - \sin^2 A)}{\cos C + \cos A} \\ &= \frac{k^2(\cos^2 B - \cos^2 A)}{\cos A + \cos B} + \frac{k^2(\cos^2 C - \cos^2 B)}{\cos B + \cos C} + \frac{k^2(\cos^2 A - \cos^2 C)}{\cos C + \cos A} \\ &= k^2(\cos B - \cos A) + k^2(\cos C - \cos B) + k^2(\cos A - \cos C) = 0 \end{aligned}$$

$$(ii) \quad \frac{a}{\sin 45^\circ} = \frac{b}{\sin 75^\circ} = \frac{c}{\sin 60^\circ} = t \quad \text{என்க.}$$

$$a + \sqrt{2}c - 2b$$

$$\begin{aligned} &= t \sin 45^\circ + \sqrt{2}t \sin 60^\circ - 2t \sin 75^\circ \\ &= t \left[\sin 45^\circ + \sqrt{2} \sin 60^\circ - 2 \sin 75^\circ \right] \\ &= t \left[\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \right) \right] \\ &= t \left[\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} \right] = 0 \end{aligned}$$

$$a + \sqrt{2}c - 2b = 0$$

$$a + \sqrt{2}c = 2b$$

$$14. (a) (i) \quad 2(\cos x + \cos 2x) + \sin 2x(1 + 2 \cos x) = 2 \sin x$$

$$2(\cos x + \cos 2x) + 2 \sin x \cos x(1 + 2 \cos x) - 2 \sin x = 0$$

$$2(\cos x + \cos 2x) + 2 \sin x(\cos x + 2 \cos^2 x - 1) = 0$$

$$(\cos x + \cos 2x) + \sin x(\cos x + \cos 2x) = 0$$

$$(1 + \sin x)(\cos x + \cos 2x) = 0$$

$$\sin x + 1 = 0$$

$$\cos x + \cos 2x = 0$$

$$\sin x = -1$$

$$2 \cos \frac{3x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} = 0$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\cos \frac{x}{2} = 0 \quad \text{அல்லது} \quad \cos \frac{3x}{2} = 0$$

$$\frac{x}{2} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{3x}{2} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$$

$$x = 4n\pi \pm \pi$$

$$x = \frac{\pi}{3}(4n \pm 1)$$

$$x = \pm \pi$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3}, -\pi$$

$$\text{தீர்வுகள்: } \pm \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \pi \quad [-\pi < x \leq \pi]$$

$$(ii) \quad \tan^{-1}\left(\frac{1}{x-1}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{x+1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{x-1}\right) = A, \quad \tan^{-1}\left(\frac{1}{x+1}\right) = B$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = C, \quad \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = D$$

$$A - B = C - D$$

$$\tan(A - B) = \tan(C - D)$$

$$\frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B} = \frac{\tan C - \tan D}{1 + \tan C \tan D}$$

$$\frac{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}}{1 + \frac{1}{(x-1)(x+1)}} = \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{3}}{1 + \frac{3}{5} \times \frac{1}{3}}$$

$$\frac{2}{x^2} = \frac{4}{18}$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$2 < x < 4 \text{ என்பதால் } x = 3$$

$$(b) \frac{\sin(\theta + \alpha)}{(1 - m)} = \frac{\cos(\theta - \alpha)}{(1 + m)}$$

$$\frac{\sin(\theta + \alpha) + \cos(\theta - \alpha)}{2} = \frac{\cos(\theta - \alpha) - \sin(\theta + \alpha)}{2m}$$

$$m \left[\sin(\theta + \alpha) + \sin \left[\frac{\pi}{2} - (\theta - \alpha) \right] \right] = \left[\sin \left[\frac{\pi}{2} - (\theta - \alpha) \right] - \sin(\theta + \alpha) \right]$$

$$m \times 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) \cos \left(\frac{\pi}{4} - \theta \right) = 2 \cos \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) \sin \left(\frac{\pi}{4} - \theta \right)$$

$$m \tan \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) = \tan \left(\frac{\pi}{4} - \theta \right)$$

$$\tan \left(\frac{\pi}{4} - \theta \right) = m \cdot \cot \left[\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) \right]$$

$$\tan \left(\frac{\pi}{4} - \theta \right) = m \cdot \cot \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right)$$

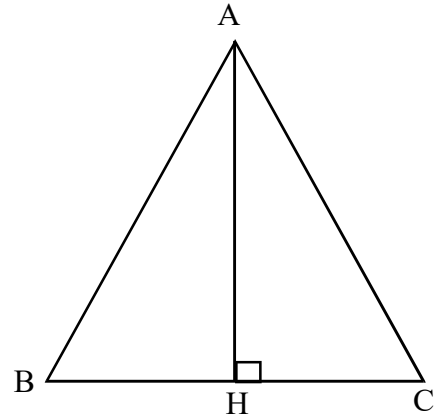
$$(c) \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$(i) (b + c)^2 - a^2$$

$$= (b^2 + 2bc + c^2) - (b^2 + c^2 - 2bc \cos A)$$

$$= 2bc(1 + \cos A)$$

$$= 4bc \cdot \cos^2 \frac{A}{2} \text{ ————— (1)}$$



$$ABC \text{ முக்கோணியின் பரப்பளவு} = \frac{1}{2} bc \cdot \sin A = \frac{1}{2} a \cdot p$$

$$bc \cdot \sin A = a \cdot p \text{ ————— (2)}$$

(1), (2) இலிருந்து

$$\begin{aligned}
(b+c)^2 - a^2 &= 4bc \cdot \cos^2 \frac{A}{2} \\
&= \frac{4ap}{\sin A} \cdot \cos^2 \frac{A}{2} \\
&= \frac{4ap}{2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}} \cdot \cos^2 \frac{A}{2} \\
&= 2ap \cot \frac{A}{2}
\end{aligned}$$

$$(b+c)^2 = a^2 + 2ap \cdot \cot \frac{A}{2}$$

$$(ii) \quad a^4 + b^4 + c^4 - 2b^2c^2 - 2c^2a^2 + 2a^2b^2 = 2a^2b^2$$

$$(a^2 + b^2 - c^2)^2 = 2a^2b^2$$

$$a^2 + b^2 - c^2 = \pm ab\sqrt{2}$$

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{\pm ab\sqrt{2}}{2ab} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos c = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad c = \frac{\pi}{4} \text{ அல்லது } \frac{3\pi}{4}$$

$$15. (a) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{இப்பொழுது } A^2 - 5A + 7I$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ -5 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - 5A + 7I = 0$$

$$\begin{aligned}
7I &= 5A - A^2 & 7I &= 5A - A^2 \\
&= A(5I - A) & &= (5I - A)A
\end{aligned}$$

$$I = A \cdot \frac{1}{7}(5I - A) \quad I = \frac{1}{7}(5I - A)A$$

$$\begin{aligned}
A^{-1} &= \frac{1}{7}(5I - A) \\
&= \frac{1}{7} \left[\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \right] \\
&= \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{7} & \frac{-1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$BA = C$$

$$(BA)A^{-1} = CA^{-1}$$

$$B(AA^{-1}) = CA^{-1}$$

$$B = CA^{-1} = \begin{pmatrix} 9 & -4 \\ 6 & 16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{2}{7} & \frac{-1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$(b) \quad x - y = a \dots\dots\dots (1)$$

$$x + y = b \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$A \quad X = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{[1 - (-1)]} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$AX = B$$

$$A^{-1}AX = A^{-1}B$$

$$X = A^{-1}B$$

$$\therefore \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\therefore x = \frac{a}{2} + \frac{b}{2}$$

$$y = -\frac{a}{2} + \frac{b}{2}$$

$$A^2X = B$$

$$A^{-1}A^2X = A^{-1}B$$

$$\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{b}{2} \\ -\frac{a}{2} \end{pmatrix}$$

$$p = \frac{b}{2}$$

$$q = -\frac{a}{2}$$

இணைந்த கணிதம் II

பகுதி A

$$01. \quad \tan \theta = 1 = \frac{60 - u}{40}$$

$$u = 20 \text{ms}^{-1}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{2} = \frac{60}{t}$$

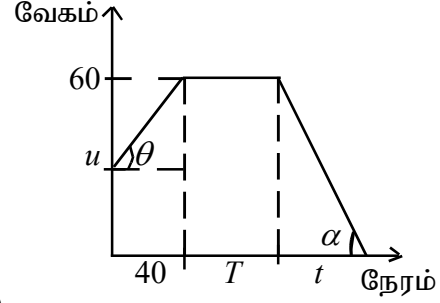
$$t = 120$$

சென்றதூரம் 10000 m

$$\frac{1}{2}[60 + u] \times 40 + 60 \times T + \frac{1}{2} \times 60 \times t = 10000$$

$$80 \times 20 + 60T + 30 \times 120 = 10000$$

$$T = 80 \text{ செக்கன்கள்}$$



$$02. \quad OA = t_1, \quad AB = t_2$$

$$\tan \theta = g = \frac{u}{t_1}, \quad t_1 = \frac{u}{g}$$

$$\tan \theta = g = \frac{v_1}{t_2}, \quad t_2 = \frac{v_1}{g}$$

$$\tan \theta = g = \frac{2u - v_2}{t_2}, \quad v_2 = 2u - gt_2$$

$$A \text{ இன் இடப்பெயர்ச்சி} = \frac{1}{2}ut_1 - \frac{1}{2}v_1t_2$$

$$B \text{ இன் இடப்பெயர்ச்சி} = \frac{1}{2}(2u + v_2)t_2$$

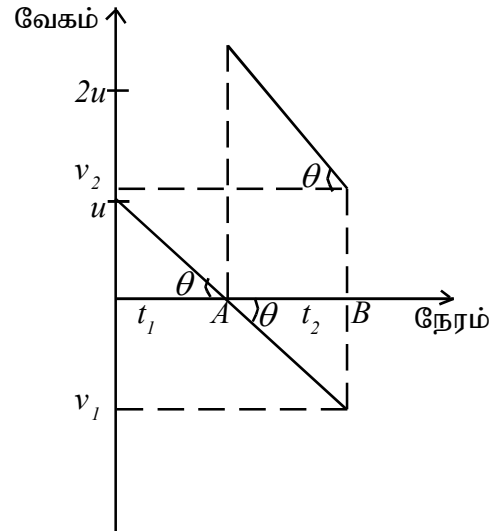
$$\frac{1}{2}u.t_1 - \frac{1}{2}v_1.t_2 = \frac{1}{2}(2u + v_2)t_2$$

$$u.t_1 - v_1.t_2 = (2u + v_2)t_2$$

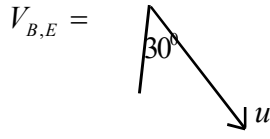
$$u.t_1 = (2u + v_1 + v_2)t_2$$

$$u \cdot \frac{u}{g} = (2u + gt_2 + 2u - gt_2)t_2$$

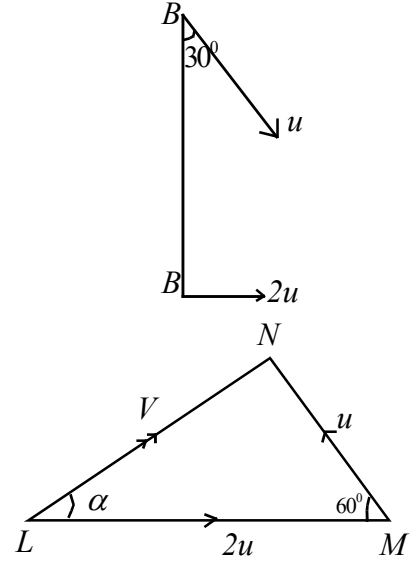
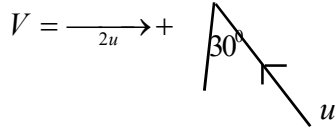
$$t_2 = \frac{u}{4g}$$



03. $V_{A,E} \Rightarrow 2u$



$V_{A,B} = V_{A,E} + V_{E,B}$



$v^2 = LN^2 = (2u)^2 + (u)^2 - 2 \times 2u \times u \cdot \cos 60$

$= 3u^2$

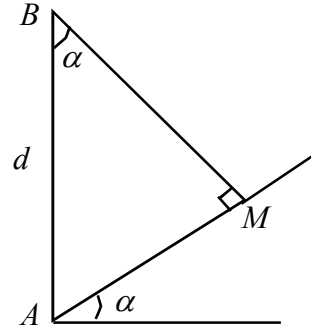
$V = \sqrt{3}u$

$\frac{u}{\sin \alpha} = \frac{v}{\sin 60}$

$\frac{u}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{3}u \times 2}{\sqrt{3}}$

$\sin \alpha = \frac{1}{2}$

$\alpha = 30^\circ$



மிகக் குறைந்த தூரம் $= d \cos \alpha = d \cos 30 = \frac{\sqrt{3}d}{2}$

நேரம் $= \frac{d \sin 30}{v} = \frac{d}{2\sqrt{3}u}$

04. $x + 2y =$ மாறிலி

$\dot{x} + 2\dot{y} = 0$

$\ddot{x} + 2\ddot{y} = 0$

$\ddot{y} = a$ என்க. $\ddot{x} = -2a$ ஆகும்.

ஆர்முடுகல், $AM, E \Rightarrow \downarrow a$

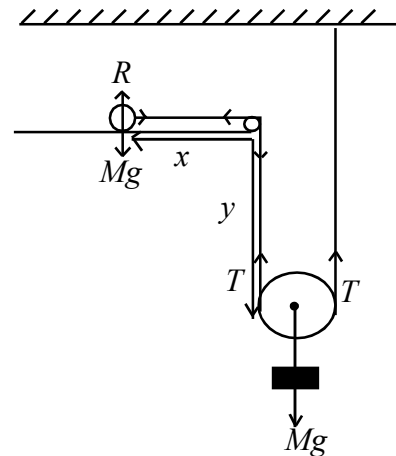
$Am, E \Rightarrow \rightarrow 2a$

$F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.

$M \downarrow, Mg - 2T = Ma$ ————— (1)

$\xrightarrow{m}, T = m(2a)$ ————— (2)

$a = \frac{Mg}{4M+m}, T = \frac{2Mmg}{M+4m}$



$$05. \quad \underline{r} = a \cos nt \underline{i} + b \sin nt \underline{j}$$

$$\frac{d\underline{r}}{dt} = \underline{v} = -an \sin nt \underline{i} + bn \cos nt \underline{j}$$

$$\frac{d\underline{v}}{dt} = \underline{f} = -an^2 \cos nt \underline{i} - bn^2 \sin nt \underline{j} = -n^2 [a \cos nt \underline{i} + b \sin nt \underline{j}]$$

$\underline{v} \cdot \underline{f}$ இற்கு செங்குத்தெனின், $\underline{v} \cdot \underline{f} = 0$ ஆகும்.

$$a^2 n^3 \cos nt \sin nt - b^2 n^3 \sin nt \cos nt = 0$$

$$\frac{1}{2}(b^2 - a^2)n^3 \sin 2nt = 0$$

$$t = \frac{k\pi}{2n}; \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\begin{aligned} \underline{V} \cdot \underline{V} &= a^2 n^2 \sin^2 nt + b^2 n^2 \cos^2 nt \\ &= n^2 [a^2 \sin^2 nt + b^2 \cos^2 nt] \end{aligned}$$

$$\underline{r} \cdot \underline{r} = a^2 \cos^2 nt + b^2 \sin^2 nt$$

$$a^2 + b^2 - \underline{r} \cdot \underline{r} = a^2 \sin^2 nt + b^2 \cos^2 nt$$

$$\underline{V} \cdot \underline{V} = n^2 (a^2 + b^2 - \underline{r} \cdot \underline{r})$$

06. மாறாக்கதி என்பதால் ஆர்முடுகல் பூச்சியம்

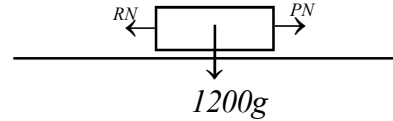
$F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க,

$$\rightarrow P - 600 = 1200 \times 0$$

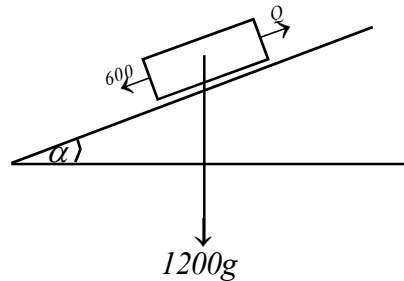
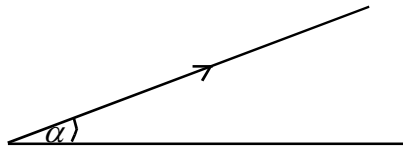
$$P = 600N$$

$$\text{வலு} = 600 \times \frac{20}{3} = 4000 \text{ வாற்றுக்கள்}$$

$$= 4kW$$



$F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க,



$$Q - 600 - 1200 \times 10 \sin \alpha = 1200a$$

$$Q = 600 + 1200 \times 10 \times \frac{1}{24} + 1200a$$

$$= (1200a + 1100)$$

$$Q \times 20 = 30 \times 1000$$

$$(1200a + 1100) \times 20 = 30 \times 1000$$

$$a = \frac{1}{3} ms^{-2}$$

07. நீரின் வேகம் Vms^{-1} என்க.

$$\frac{100}{100 \times 100} \times V = \frac{1}{10}$$

$$V = 10ms^{-1}$$

வலு = 1 செக்கனில் செய்யப்படும் வேலை
= 1 செக்கனில் ஏற்பட்ட சக்திமாற்றம்

$$= \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

$$= \frac{1}{2}(0.1 \times 1000) \times 10^2 + (0.1 \times 1000) \times 10 \times 12$$

$$= 17000 \text{ வாற்றுக்கள்}$$

$$= 17kW$$

08. $V_{M,E} = \leftarrow u$ என்க.

$$V_{m,M} = \begin{array}{c} \nearrow v \\ \alpha \\ \hline \end{array}$$

$$V_{m,E} = V_{m,M} + V_{M,E}$$

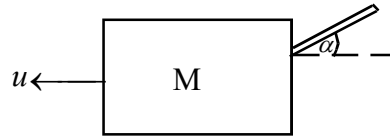
$$\begin{array}{c} \nearrow w \\ \beta \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c} \nearrow v \\ \alpha \\ \hline \end{array} + \leftarrow u$$

உந்தக்காப்பு விதி

(M, m) இற்கு \leftarrow

$$Mu - m(v \cos \alpha - u) = 0$$

$$u = \frac{mv \cos \alpha}{M + m}$$



வேகமூக்கோணிக்கு
சைன்விதி

$$\frac{v}{\sin(180 - \beta)} = \frac{u}{\sin(\beta - \alpha)}$$

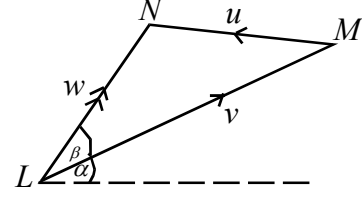
$$\frac{v}{\sin \beta} = \frac{mv \cos \alpha}{(M + m) \sin(\beta - \alpha)}$$

$$(M + m) \sin(\beta - \alpha) = m \sin \beta \cos \alpha$$

$$(M + m) [\sin \beta \cos \alpha - \cos \beta \sin \alpha] = m \sin \beta \cos \alpha$$

$$M \sin \beta \cos \alpha = (M + m) \cos \beta \sin \alpha$$

$$\tan \beta = \frac{M + m}{M} \tan \alpha$$



09. $3m$ $2m$ m

C B A u

$3m$ $\rightarrow V_1$ I $\rightarrow V_1$

B I

தொகுதிக்கு $I = \Delta mv$ ஐ உபயோகிக்க.

$$\rightarrow m(v_1 - u) + 2m(v_1 - 0) = 0 \quad \therefore mv_1 + 2mv_1 = mu$$

$$v_1 = \frac{u}{3}$$

$\rightarrow V_2$ $\rightarrow V_2$ $\rightarrow V_2$

A I₂ I₂ B I₁ I₁ C

தொகுதிக்கு $I = \Delta mv$ ஐ உபயோகிக்க.

$$0 = m(v_2 - v_1) + 2m(v_2 - v_1) + 3m(v_2 - 0)$$

$$v_2 = \frac{u}{6}$$

$\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ ஐப் பிரயோகிக்க,

A யிற்கு $\rightarrow -I_1 = m(V_2 - V_1)$

$$= m \left(\frac{u}{6} - \frac{u}{3} \right)$$

$$I_1 = \frac{mu}{6}$$

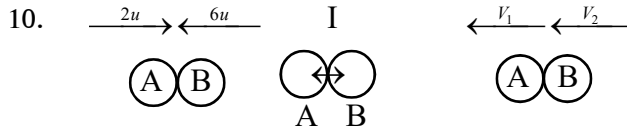
$$C \text{ யிற்கு } \rightarrow +I_2 = 3m(V_2 - V_0)$$

$$= m\left(\frac{u}{6} - 0\right)$$

$$I_1 = \frac{3mu}{6}$$

$$I_2 : I_1 = 3 : 1$$

$$\begin{aligned} \text{சக்தி நட்டம்} &= \frac{1}{2}mu^2 - \left[\frac{1}{2}m\left(\frac{u}{6}\right)^2 + \frac{1}{2}2m\left(\frac{u}{6}\right)^2 + \frac{1}{2}3m\left(\frac{u}{6}\right)^2 \right] \\ &= \frac{5}{12}mu^2 \end{aligned}$$



தொகுதிக்கு $I = \Delta mv$ ஐ உபயோகிக்க.

$$\leftarrow m(v_1 - 2u) + 4m(v_2 - 6u) = 0 \quad \therefore mv_1 + 4mv_2 = 4m \times 6u - m \times 2u$$

$$v_1 + 4v_2 = 22u \text{ ————— (1)}$$

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதி

$$v_1 - v_2 = \frac{1}{2}(6u + 2u)$$

$$v_1 - v_2 = 4u \text{ ————— (2)}$$

$$v_2 = \frac{18u}{5}$$

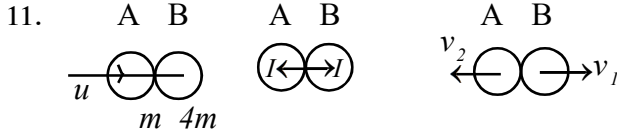
$\underline{I} = \Delta(mv)$ ஐப் பிரயோகிக்க,

$$\leftarrow \underline{B}, \quad -I_1 = 4m(v_2 - 6u)$$

$$= 4m\left(\frac{18u}{5} - 6u\right)$$

$$I = \frac{48mu}{5}$$

ஒன்றிலிருந்து மற்றதற்கு மாற்றப்பட்ட உந்தம் $\frac{48mu}{5}$



தொகுதிக்கு $I = \Delta mv$ ஐ உபயோகிக்க.

$$\rightarrow m(v_2 - u) + 4m(v_1 - 0) = 0 \quad \therefore 4mv_1 - mv_2 = mu$$

$$4v_1 - v_2 = u \text{ ————— (1)}$$

$$v_1 + v_2 = eu \text{ ————— (2)}$$

$$v_1 = \frac{(1+e)u}{5}, \quad v_2 = \frac{(4e-1)u}{5}$$

$$v_2 > 0 \text{ என்பதால் } 4e - 1 > 0, \quad e > \frac{1}{4} \text{ ————— (3)}$$

சுவருடன் மோதியபின் B இன் வேகம் W என்க.



$$W = ev_1 = \frac{4}{5} \left(\frac{1+e}{5} \right) u$$

இரண்டாம் மோதுகை நிகழ்வதற்கு $W > V_2$

$$\frac{4}{5} \left(\frac{1+e}{5} \right) u > \frac{4e-1}{5} u$$

$$4(1+e) > 5(4e-1)$$

$$e < \frac{9}{16} \text{ ————— (4)}$$

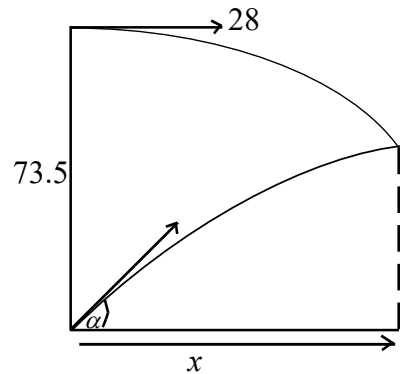
$$(3), (4) \text{ இலிருந்து } \frac{1}{4} < e < \frac{9}{16}$$

12. மோதுகைக்கு எடுத்த நேரம் t என்க.

$$S = ut + \frac{1}{2} at^2$$

A யிற்கு

$$\longrightarrow x = 28t$$



B யிற்கு

$$\begin{aligned} \longrightarrow x &= 35 \cos \alpha t \\ 35 \cos \alpha &= 28 \\ \cos \alpha &= \frac{4}{5} \text{----- (1)} \end{aligned}$$

A யிற்கு \downarrow $h_1 = 0 + \frac{1}{2}gt^2$

B யிற்கு \uparrow $h_2 = 35 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2$

$$h_1 + h_2 = 35 \sin \alpha t$$

$$73.5 = 35 \times \frac{3}{5} \times t$$

$$t = 3.5 \text{ செக்கன்கள்}$$

13. $S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$$u = \sqrt{2ag}$$

\longrightarrow $a = u \cos \theta t$ ----- (1)

\uparrow $\frac{a}{2} = u \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2$

(1) இலிருந்து $t = \frac{a}{u \cos \theta}$

$$\frac{a}{2} = a \tan \theta - \frac{ga^2}{2u^2 \cos^2 \theta}$$

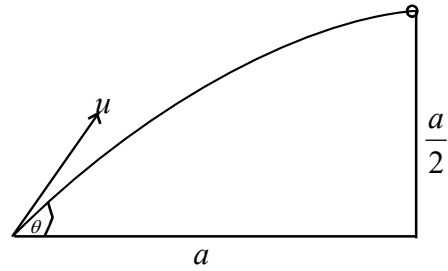
$$\frac{a}{2} = a \tan \theta - \frac{a}{4}(1 + \tan^2 \theta)$$

$$\tan^2 \theta - 4 \tan \theta + 3 = 0$$

$$(\tan \theta - 3)(\tan \theta - 1) = 0$$

$$\tan \theta = 3 \text{ அல்லது } \tan \theta = 1$$

$$S = ut + \frac{1}{2}at^2$$



$$A \text{ யிற்கு } \longrightarrow a = u \cos \theta_1 \cdot t_1$$

$$B \text{ யிற்கு } \longrightarrow a = u \cos \theta_2 \cdot t_2$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} = \frac{1}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$t_1 : t_2 = 1 : \sqrt{5}$$

14. $AB = l$ என்க.

இயற்கை நீளம் $= a$, $\lambda = 2mg$

$$T = \frac{2mg(l-a)}{a}$$

$F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.

$$\longleftarrow, T \sin \theta = ml \sin \theta \cdot \left(\frac{3g}{4a} \right) \text{----- (1)}$$

B

$$T = \frac{3mgl}{4a}$$

(1), (2) இலிருந்து,

$$\frac{2mg(l-a)}{a} = \frac{3mgl}{4a} \text{----- (2)}$$

$$l = \frac{8a}{5}$$

$$\text{நீட்சி } \frac{8a}{5} - a = \frac{3a}{5}$$

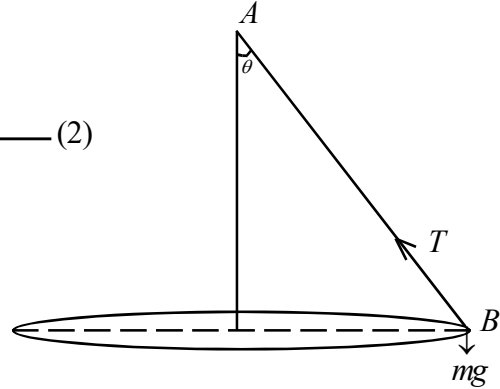
\uparrow $F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க,

$$T \cos \theta - mg = m \times 0$$

$$T \cos \theta = mg$$

$$\frac{6mg}{5} \cos \theta = mg$$

$$\cos \theta = \frac{5}{6}$$



15. சக்திச் சமன்பாடு

A யில் சக்தி = B யில் சக்தி

$$\left(\frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{ஒருமை} \right)$$

$$O + mga = \frac{1}{2}mv^2 - mga$$

$$w^2 = 4ag = 4 \times 10 \times 0.6$$

$$w^2 = 24$$

$$w = 2\sqrt{6}ms^{-1}$$

$F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.



$$mg \cos \theta - R = \frac{mv^2}{a}$$

$$R = mg \cos \theta - \frac{mv^2}{a} \quad \text{————— (1)}$$

சக்திச் சமன்பாடு,

$$O + mga = \frac{1}{2}mv^2 + mga \cos \theta$$

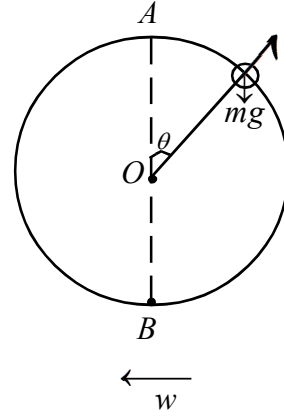
$$v^2 = 2ag(1 - \cos \theta) \quad \text{————— (2)}$$

(1), (2) இலிருந்து,

$$R = mg(3 \cos \theta - 2)$$

$$R = 0 \text{ ஆக, } \cos \theta = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{மையத்திற்கு மேல் உயரம்} &= 0.6 \cos \theta \\ &= 0.4m \end{aligned}$$



16. $\ddot{x} = -\omega^2 x$

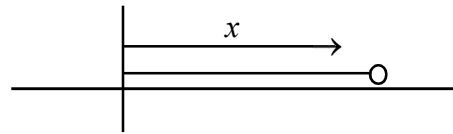
$$v^2 = \omega^2 (a^2 - x^2)$$

$$x = 0.9 \text{ ஆக, } v = 1.2$$

$$x = 1.2 \text{ ஆக, } v = 0.9$$

$$1.2^2 = \omega^2 (a^2 - 0.9^2) \quad \text{————— (1)}$$

$$0.9^2 = \omega^2 (a^2 - 1.2^2) \quad \text{————— (2)}$$



$$(1) \div (2), \frac{1.2^2}{0.9^2} = \frac{a^2 - 0.9^2}{a^2 - 1.2^2}$$

$$a^2(1.2^2 - 0.9^2) = 1.2^4 - 0.9^4$$

$$a^2 = 1.2^2 + 0.9^2$$

$$a = 1.5m$$

$$\text{வீச்சம்} = 1.5m$$

$$\omega^2(1.5^2 - 0.9^2) = 1.2^2$$

$$\omega^2 = 1$$

$$\omega = 1$$

$$\text{காலம் } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \text{ செக்கன்கள்.}$$

17. சமநிலையில் $AC = d$, $\lambda = mg$
துணிக்கையின் சமநிலைக்கு

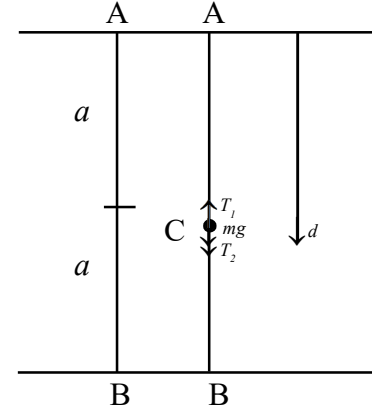
$$\downarrow, T_2 + mg - T_1 = 0$$

$$\frac{2mg}{a} \left(2a - d - \frac{a}{2} \right) + mg - \frac{2mg}{a} \left(d - \frac{a}{2} \right) = 0$$

$$\frac{2}{a} \left(2a - d - \frac{a}{2} \right) + 1 - \frac{2}{a} \left(d - \frac{a}{2} \right) = 0$$

$$\frac{2}{a} \left(2a - d - \frac{a}{2} - d + \frac{a}{2} \right) + 1 = 0$$

$$d = \frac{5a}{4}, AM = \frac{5a}{4}, BM = \frac{3a}{4}$$

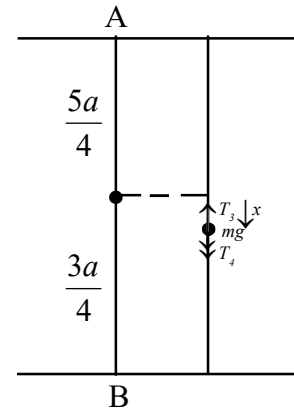


$F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.

$$\downarrow T_4 + mg - T_3 = m\ddot{x}$$

$$\frac{2mg}{a} \left[\frac{3a}{4} - x - \frac{a}{2} \right] + mg - \frac{2mg}{a} \left[\frac{5a}{4} + x - \frac{a}{2} \right]$$

$$= m\ddot{x}$$



$$\frac{2g}{a} \left[\frac{3a}{4} - x - \frac{a}{2} \right] + g - \frac{2g}{a} \left[\frac{5a}{4} + x - \frac{a}{2} \right] = \ddot{x}$$

$$\frac{2g}{a} \left[\frac{3a}{4} - x - \frac{a}{2} - \frac{5a}{4} - x + \frac{a}{2} \right] + g = \ddot{x}$$

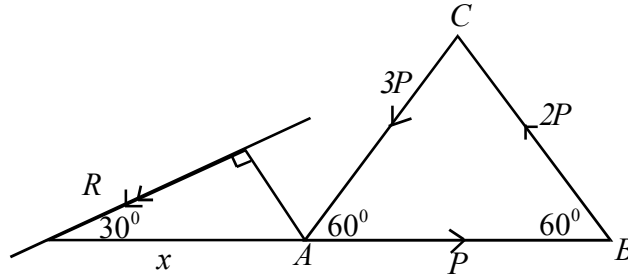
$$\frac{2g}{a} \left[-2x - \frac{a}{2} \right] + g = \ddot{x}$$

$$\ddot{x} = -\frac{4g}{a} x$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x \quad \left[\omega^2 = \frac{4g}{a} \right]$$

$$\text{நேரம்} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{a}{4g}} = \pi \sqrt{\frac{a}{g}}$$

18.



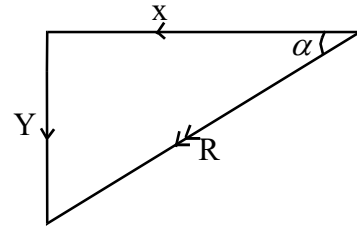
$$\leftarrow X = 3P \cos 60 + 2P \cos 60 - P = \frac{3P}{2}$$

$$\downarrow Y = 3P \sin 60 - 2P \sin 60 = \frac{\sqrt{3}P}{2}$$

$$R^2 = \left(\frac{3P}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}P}{2} \right)^2 = 3P^2$$

$$R = \sqrt{3}P$$

$$\tan \alpha = \frac{Y}{X} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \alpha = 30^\circ$$



A பற்றிய திருப்பம் எடுக்க

A பற்றிய வினையுளின் திருப்பம் = A பற்றிய விசைத் தொகுதியின் திருப்பம்

$$\downarrow R \cdot x \cdot \sin 30 = 2P \cdot 2a \sin 60$$

$$P\sqrt{3} \times x \times \frac{1}{2} = 2P \times 2a \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = 4a$$

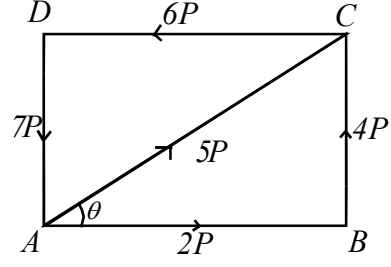
$$19. \quad \cos \theta = \frac{4}{5}, \quad \sin \theta = \frac{3}{5}$$

$$\longrightarrow X = 2P - 6P + 5P \cos \theta$$

$$= 2P - 6P + 4P = 0$$

$$\uparrow Y = 4P - 7P + 3P = 0$$

$$= 4P - 7P + 3P = 0$$



A பற்றி திருப்பம் எடுக்க,

$$G \uparrow = 4P \times 4a + 3P \times 3a = 34Pa$$

$$R = 0, \quad G \neq 0$$

எனவே தொகுதி இணைக்கு ஒடுங்கும். இணையின் திருப்பம் = $34Pa \uparrow$

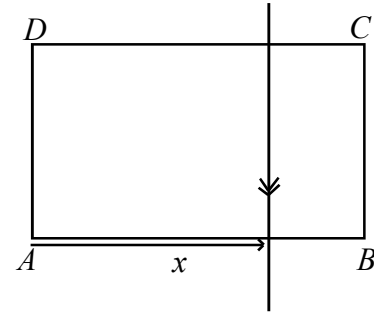
$4P$ விசை அகற்றப்பட்டால் புதிய தொகுதியின் விளையுள் CB யின் திசையில் CB க்கு சமாந்தரமாக $4PN$ ஆகும்.

A பற்றி விளையுளின் திருப்பம்

= A பற்றி தொகுதியின் திருப்பம்

$$-4P \cdot x = 18Pa$$

$$x = -\frac{9a}{2}$$



விளையுள் நீட்டப்பட்ட BA ஐ A யிலிருந்து $\frac{9a}{2}$ தூரத்தில் வெட்டும்.

20. கோலில் தாக்கும் விசைகள்

- நிறை W
- கிடை விசை, P
- A யில் மறுதாக்கம், R

விசை முக்கோணி OAC ஐக் கருதுக.

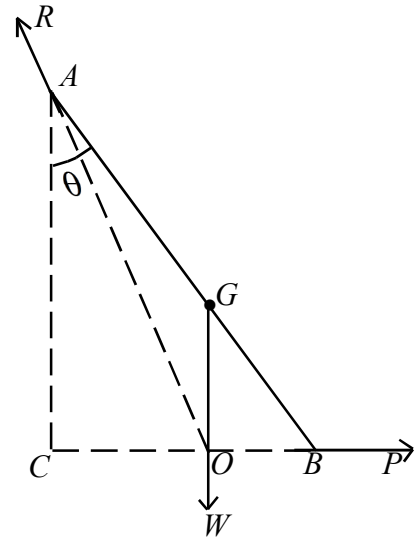
$R \longrightarrow OA$ (R, OA ஆல் குறிக்கப்படும்)

$W \longrightarrow AC$ (W, AC ஆல் குறிக்கப்படும்)

$P \longrightarrow CO$ (P, CO ஆல் குறிக்கப்படும்)

$$\tan \theta = \frac{3}{4}$$

$$\frac{R}{OA} = \frac{W}{AC} = \frac{P}{CO}$$



$$AB = 2a \text{ எனின்,}$$

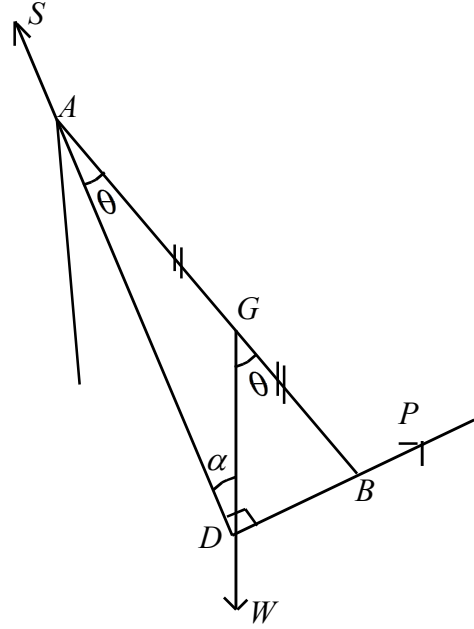
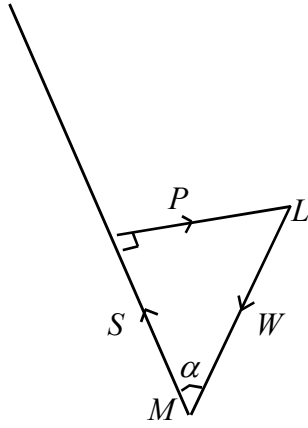
$$AC = 2a \sin \theta = \frac{8a}{5}$$

$$CB = 2a \sin \theta = \frac{6a}{5}$$

$$CO = \frac{3a}{5}$$

$$P = W \cdot \frac{CO}{AC} = \frac{3W}{8}$$

AB யின் சமநிலைக்கு W, P, S என்பன ஒரு புள்ளியில் சந்திக்க வேண்டும்.



விசை முக்கோணியைக் கருதுக.

P இழிவாக இருக்க, P ஆனது S இற்கு செங்குத்தாக இருக்க வேண்டும்.

முக்கோணி ADB இல்

$$AG = GB, \quad \angle ADB = 90^\circ$$

எனவே $AG = GB = GD$

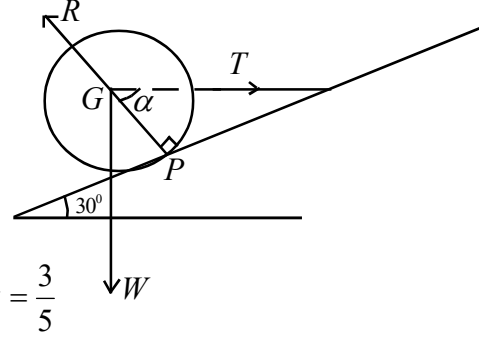
$$\alpha = \frac{\theta}{2}$$

$$P = W \sin \alpha = W \sin \frac{\theta}{2}$$

21. கோளத்தின் சமநிலைக்கு
 (i) நிறை W, G இல்
 (ii) மறுதாக்கம் R, P யில்
 (iii) இழுவை T

சமநிலைக்கு மூன்று விசைகளும்
 G இல் சந்திக்கும்.

$$\tan \alpha = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \quad \sin \alpha = \frac{4}{5} \quad \cos \alpha = \frac{3}{5}$$



முக்கோணி ABC இற்கு சைன் விதி

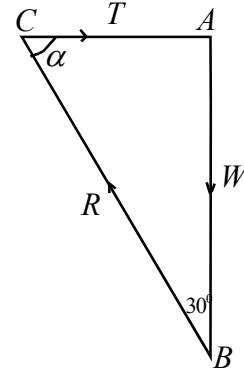
$$\frac{T}{\sin 30} = \frac{W}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin(30 + \alpha)}$$

$$T = \frac{W \sin 30}{\sin \alpha} = \frac{5W}{8}$$

$$R = \frac{\sin(30 + \alpha)}{\sin \alpha} W$$

$$= \frac{W [\sin 30 \cos \alpha + \cos 30 \sin \alpha]}{\sin \alpha}$$

$$= \frac{W}{8} (3 + 4\sqrt{3})$$



22. AB யின் சமநிலைக்கு $A) = 0$

$$X.a \sin 60 + Y.a \cos 60 - W \cdot \frac{a}{2} \cos 60 - W \cdot \frac{a}{3} \cos 60 = 0$$

$$\sqrt{3}X + Y = \frac{W}{2} + \frac{W}{3} = \frac{5W}{6} \quad \text{--- (1)}$$

BC யின் சமநிலைக்கு $C) = 0$

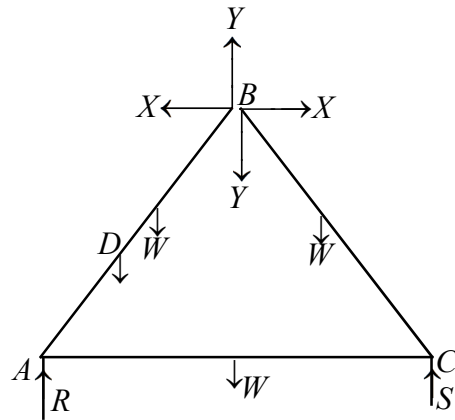
$$-X.a \sin 60 + Y.a \cos 60 - W \cdot \frac{a}{2} \cos 60 = 0$$

$$-\sqrt{3}X + Y = -\frac{W}{2} \quad \text{--- (2)}$$

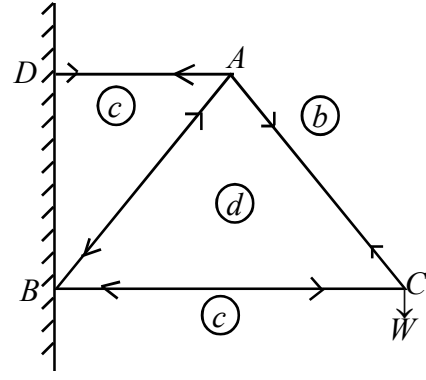
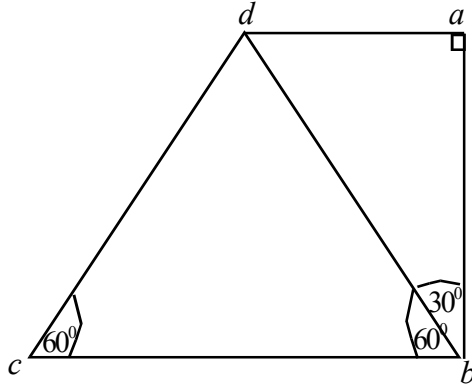
$$(1), (2) \text{ இலிருந்து } Y = \frac{W}{6} \quad X = \frac{2W}{3\sqrt{3}}$$

$$B \text{ இல் மறுதாக்கம் } \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$= \frac{W\sqrt{57}}{18}$$



23.



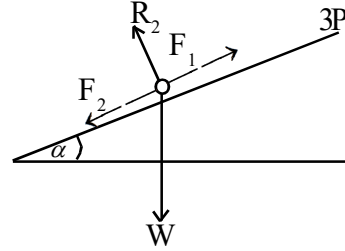
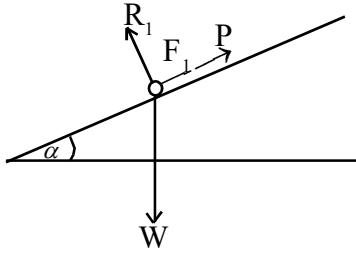
$$ab \rightarrow W$$

$$ad \rightarrow W \tan 30 = \frac{W}{\sqrt{3}}$$

$$bd \rightarrow \frac{W}{\cos 30} = \frac{2W}{\sqrt{3}}$$

$$bd = bc = cd$$

கோல்	இழுவை	உதைப்பு
BC	-	$\frac{W}{\sqrt{3}}$
AC	$\frac{2W}{\sqrt{3}}$	-
AB	-	$\frac{2W}{\sqrt{3}}$
AD	$\frac{2W}{\sqrt{3}}$	-



24. சமநிலைக்கு

$$\begin{aligned} F_1 + P - W \sin \alpha &= 0 \\ R_1 - W \cos \alpha &= 0 \\ F_1 &= \mu R_1 \end{aligned}$$

$$W \sin \alpha - P = \mu W \cos \alpha$$

$$(1), (2) \text{ இலிருந்து } P = \frac{W \sin \alpha}{2} \quad (1)$$

$$2\mu = \tan \alpha$$

சமநிலைக்கு

$$\begin{aligned} 3P - F_2 - W \sin \alpha &= 0 \\ R_2 - W \cos \alpha &= 0 \\ F_2 &= \mu R_2 \end{aligned}$$

$$3P - W \sin \alpha = \mu W \cos \alpha \quad (2)$$

25. கோல் AB யின் சமநிலைக்கு,



$$F + T \cos 60 - W \sin 30 = 0 \quad \text{————— (1)}$$

$$R + T \sin 60 - W \cos 30 = 0$$

B பற்றிய திருப்பம் பூச்சியம்

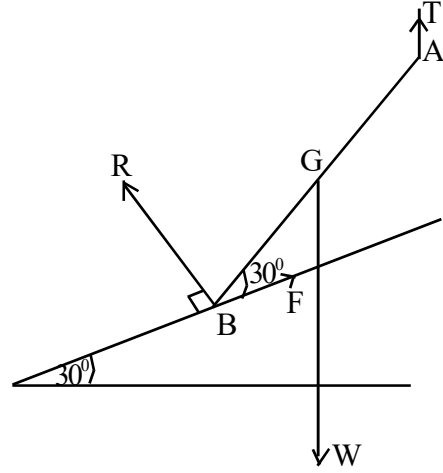
$$T \cdot 2a \cos 60 - Wa \cos 60 = 0$$

$$T = \frac{W}{2}$$

$$F = W \sin 30 - T \cos 60 = \frac{W}{4}$$

$$R = W \cos 30 - T \sin 60 = \frac{W\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{F}{R} \leq \mu, \quad \mu \geq \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \mu \text{ இன் இழிவுப் பெறுமானம் } \frac{1}{\sqrt{3}}$$



26. செவ்வகம் $OACD$ யின் பரப்பளவு $= 2a^2$

$$\text{முக்கோணி } ABC \text{ யின் பரப்பளவு} = \frac{1}{2}a^2$$

செவ்வகம் $OACD$ யின் திணிவு $12m$ என்க.

முக்கோணி ABC யின் திணிவு $3m$

$G \equiv (\bar{x}, \bar{y})$ என்க.

OB பற்றி திருப்பம் எடுக்க.

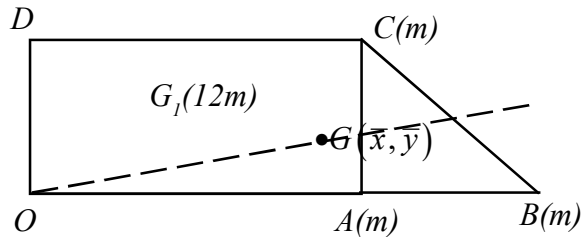
$$15m\bar{y} = 12m \times \frac{a}{2} + m \times a$$

$$\bar{y} = \frac{7a}{15}$$

OD பற்றி திருப்பம் எடுக்க.

$$15m\bar{x} = 12m \times a + m \times 2a + m \times 2a + m \times 3a$$

$$\bar{x} = \frac{19a}{15}$$



OAB கிடையுடன் ஆக்கும் கோணம் β என்க.

$$\tan \beta = \cot \alpha = \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = \frac{19a}{7}$$

$$\tan \beta = \tan^{-1}\left(\frac{19}{7}\right)$$

$$27. \quad P(B') = \frac{2}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{5}{8}, \quad P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{3}{4}$$

$$P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P\left(\frac{A}{B}\right) \cdot P(B) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B); \rightarrow P(A) = \frac{5}{8} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{24}$$

$$P(A' \cup B') = P[(A \cap B)'] = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

28. A, B சாராதவை

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.3 \times 0.4 = 0.12$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0.3 + 0.4 - 0.12$$

$$= 0.58$$

$$P(A' \cap B') = P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - 0.58 = 0.42$$

$$P[\text{ஒன்று பழுதாக இருத்தல்}] = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$$P[4 \text{ பொருட்களில் 3 பழுதானவை}] = 4C_3 \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times \frac{4}{5}$$

$$= \frac{16}{625}$$

$$29. \text{ இடை} = \frac{7+11+5+8+13+12+11+9+14}{9}$$

$$\bar{x} = \frac{90}{9} = 10$$

5 7 8 9 11 11 12 13 14

$$\begin{aligned} \text{இடையம்} &= \frac{9+1}{2} \text{ ஆவது பெறுமானம்} \\ &= 5 \text{ ஆவது பெறுமானம்} = 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{நியம விலகல்} \quad \sigma &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})^2}{n}} \\ \sigma &= \sqrt{\frac{25+9+4+1+1+1+4+9+16}{9}} \\ &= \frac{\sqrt{70}}{9} = \sqrt{\frac{70}{81}} = 2.78 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ஓராயக் குணகம்} &= \frac{3(\text{இடை} - \text{இடையம்})}{\text{நியமவிலகல்}} \\ &= \frac{3(10 - 11)}{2.78} \\ &= -1.04 \end{aligned}$$

30.	0	2								(1)			
	1	1	5	7	9					(4)			
	2	1	3	8	9					(4)			
	3	2	3	3	5	6	6	7	9	9	9	9	(11)
	4	0	5	7	7	8	9					(6)	
	5	8										(1)	
												<hr/>	27

2/3 என்பது 23 வருடம்

- (i) இழிவுப் பெறுமானம் 02 வருடங்கள்
உயர்வுப் பெறுமானம் 58 வருடங்கள்
ஆகாரம் 39 வருடங்கள்

(ii) $Q_1 = \frac{1}{4}(27+1)$ ஆவது பெறுமானம்
= 7ஆவது பெறுமானம் = 23 வருடங்கள்

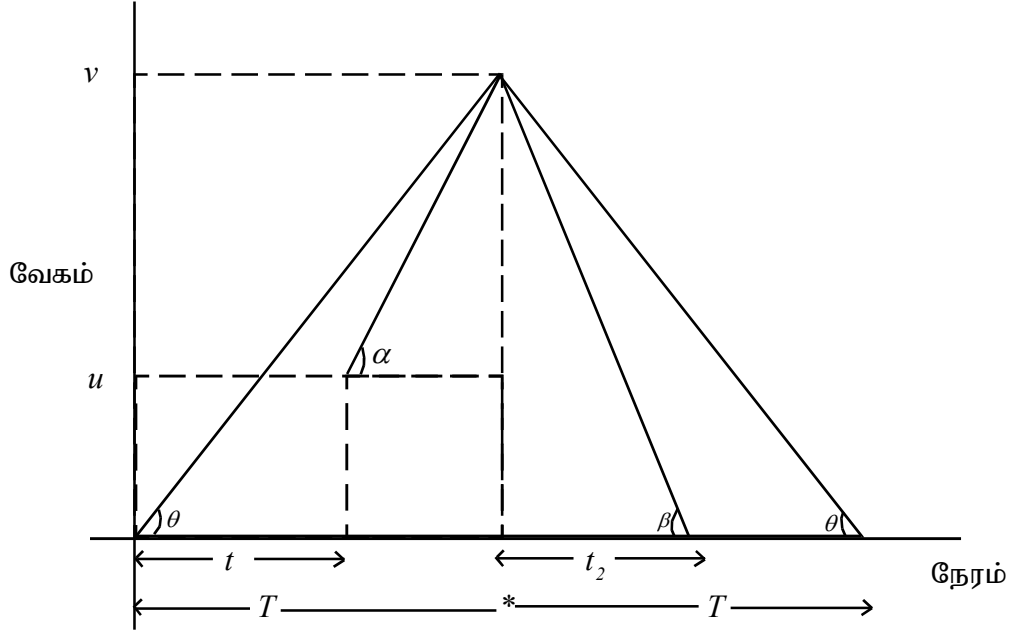
இடையம்

$Q_2 = \frac{1}{2}(27+1)$ ஆவது பெறுமானம்
= 14ஆவது பெறுமானம் = 36 வருடங்கள்
 $Q_3 = \frac{3}{4}(27+1)$ ஆவது பெறுமானம்
= 21ஆவது பெறுமானம் = 40 வருடங்கள்

(iii) $Q_1 - 1.5(Q_3 - Q_1) = 23 + 1.5(40 - 23)$
= 23 + 25.5 = -2.5
 $Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1) = 40 + 1.5(40 - 23)$
= 40 + 25.5 = 65.5

பகுதி B

01. (a)



$$(i) \quad \tan \theta = a, \quad \tan \beta = 2a, \quad \tan \alpha = \frac{3a}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{v}{T}, \quad v = aT \quad (1)$$

$$\tan \alpha = \frac{3a}{2} = \frac{v-u}{T-t}$$

$$2(v-u) = 3a(T-t) \quad (2)$$

(1), (2) என்பவற்றிலிருந்து

$$2[aT - u] = 3a(T-t)$$

$$3at - 2u = aT$$

$$(1) \Rightarrow V = 3at - 2u$$

$$T_p = P \text{ யிற்கு எடுத்த நேரம் } 2T = 2\left(3t - \frac{3u}{a}\right)$$

$$T_Q = Q \text{ யிற்கு எடுத்த நேரம் } (T-t) + t_2$$

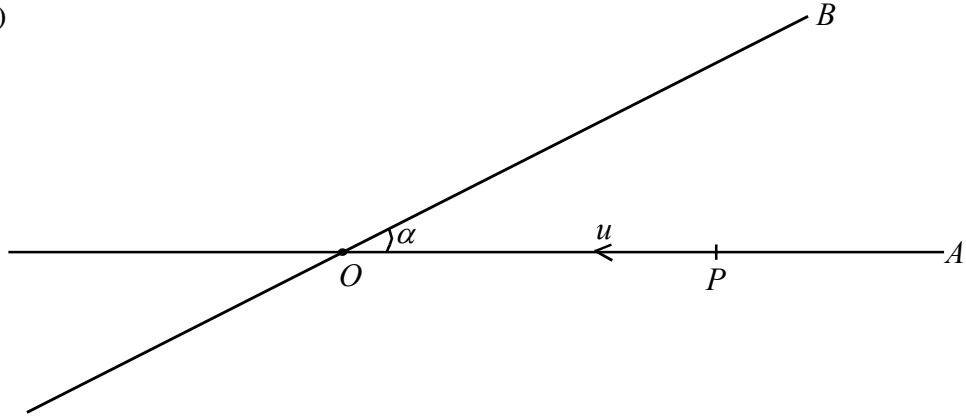
$$\begin{aligned} &= 2t - \frac{2u}{a} + \frac{v}{2a} \\ &= 2t - \frac{2u}{a} + \frac{3t}{2} - \frac{u}{a} \\ &= \frac{7t}{2} - \frac{3u}{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(ii) நேர வித்தியாசம்} &= T_P - T_Q \\
&= 2\left(3t - \frac{2u}{a}\right) - \left(\frac{7t}{2} - \frac{3u}{a}\right) \\
&= \frac{5t}{2} - \frac{u}{a}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(iii) P பயணம் செய்த தூரம்} &= \frac{1}{2} \cdot V \cdot 2T = VT \\
&= (3at - 2u) \cdot \frac{(3at - 2u)}{a} \\
&= \frac{(3at - 2u)^2}{a}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Q பயணம் செய்த தூரம்} &= \frac{1}{2}(u + V)(T - t) + \frac{1}{2}V \cdot t_2 \\
&= \frac{1}{2}\left[u + (3at - 2u)\right]\left[2t - \frac{2u}{a}\right] + \frac{1}{2}\left[(3at - 2u)\left(\frac{3t}{2} - \frac{u}{a}\right)\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[(3at - u)\frac{(2at - 2u)}{a} + (3at - 2u)\frac{(3at - 2u)}{2a}\right] \\
&= \frac{1}{2a}\left[(3at - u)(2at - 2u) + \frac{(3at - 2u)^2}{2}\right]
\end{aligned}$$

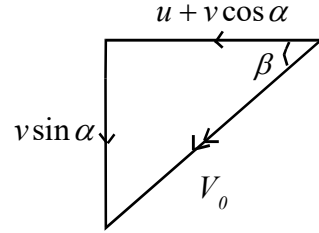
(b)



$$V_{P,E} = \vec{u} \quad \leftarrow \quad V_{Q,E} = \begin{array}{c} \nearrow v \\ \alpha \end{array}$$

$$V_{P,Q} = V_{P,E} + V_{E,Q}$$

$$\begin{aligned} &= \vec{u} + \begin{array}{c} \nearrow v \\ \alpha \end{array} \\ &\leftarrow \\ &= \overleftarrow{u + v \cos \alpha} + \downarrow v \sin \alpha \end{aligned}$$



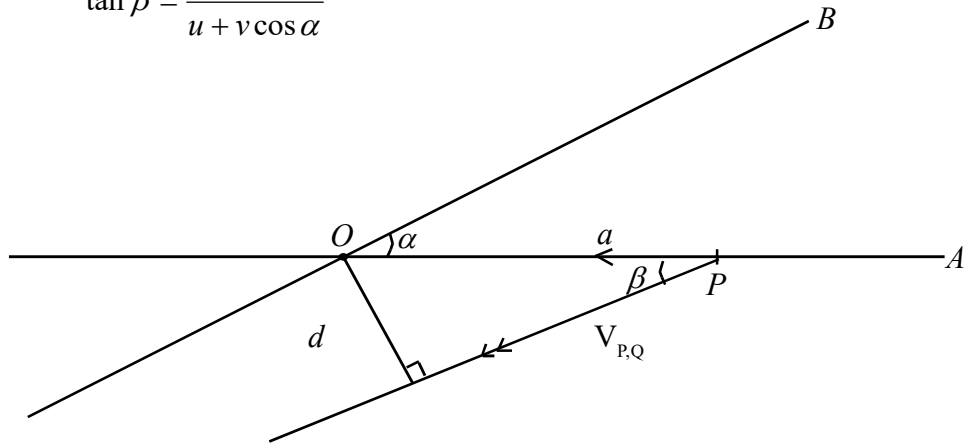
$$V_0^2 = (u + v \cos \alpha)^2 + (v \sin \alpha)^2$$

$$V_0^2 = u^2 + v^2 \cos^2 \alpha + v^2 \sin^2 \alpha + 2uv \cos \alpha$$

$$V_0^2 = u^2 + v^2 + 2uv \cos \alpha$$

$$V_0 = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv \cos \alpha}$$

$$\tan \beta = \frac{v \sin \alpha}{u + v \cos \alpha}$$



மிகக் கிட்டிய தூரம் $d = a \sin \beta$

$$= \frac{av \sin \alpha}{\sqrt{u^2 + v^2 + 2uv \cos \alpha}}$$

$$t = \text{எடுத்த நேரம்} = \frac{PM}{V_0} = \frac{a \cos \beta}{V_0}$$

$$t = \frac{a(u + v \cos \alpha)}{V_0^2}$$

$$t = \frac{a(u + v \cos \alpha)}{u^2 + v^2 + 2uv \cos \alpha}$$

P பயணம் செய்த தூரம் = ut

Q பயணம் செய்த தூரம் = vt

$$O \text{ இலிருந்து தூரங்களின் விகிதம்} = \frac{a - ut}{Vt}$$

$$\frac{a - \frac{a(u + v \cos \alpha)u}{V_0^2}}{\frac{va(u + v \cos \alpha)}{V_0^2}} = \frac{v + u \cos \alpha}{u + v \cos \alpha}$$

02. உயர் கதியில் ஆர்முடுகல் பூச்சியமாகும்.

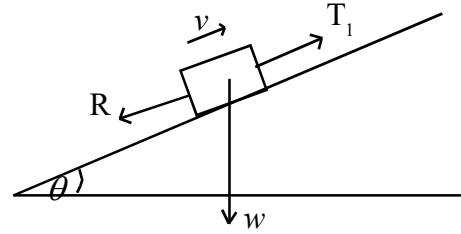
$$\sin \theta = \frac{1}{n}$$

$F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.

$$T_1 - w \sin \theta - R = \frac{w}{g} \times 0$$

$$T_1 = R + w \sin \theta$$

$$H = (w \sin \theta + R)v \quad (1)$$

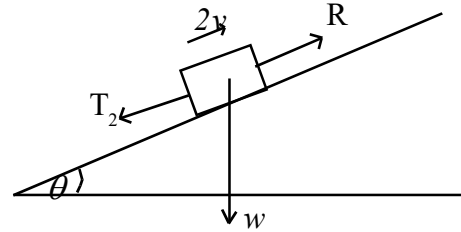


$F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.

$$T_2 + w \sin \theta - R = \frac{w}{g} \times 0$$

$$T_2 = R - w \sin \theta$$

$$H = (R - w \sin \theta)2v \quad (2)$$



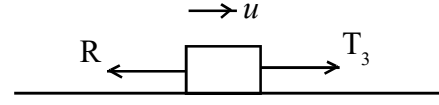
$$(1), (2) \text{ இலிருந்து } R = \frac{3w}{n}$$

$F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.

$$T_3 - R = \frac{w}{g} \times 0$$

$$T_3 = R = \frac{3w}{n}$$

$$H = T_3 \cdot u = \frac{3uw}{n}$$



$F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.

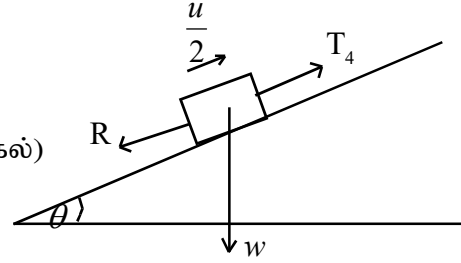
$$T_4 - R - w \sin \theta = \frac{w}{g} \times a \quad (a \text{ ஆர்முடுகல்})$$

$$T_4 = \frac{4w}{n} + \frac{wa}{g}$$

$$H = T_4 \cdot \frac{u}{2}$$

$$\frac{u}{2} \left(\frac{4w}{n} + \frac{wa}{g} \right) = \frac{3wu}{n}$$

$$a = \frac{2g}{n}$$



$$(b) \quad V_{A,E} = (-3\underline{i} + 29\underline{j})$$

$$V_{B,E} = (\underline{i} + 7\underline{j})$$

$$V_{B,A} = V_{B,E} + V_{E,A}$$

$$= V(\underline{i} + 7\underline{j}) - (-3\underline{i} + 29\underline{j})$$

$$V_{B,A} = (v+3)\underline{i} + (7v-29)\underline{j} \quad \text{————— (1)}$$

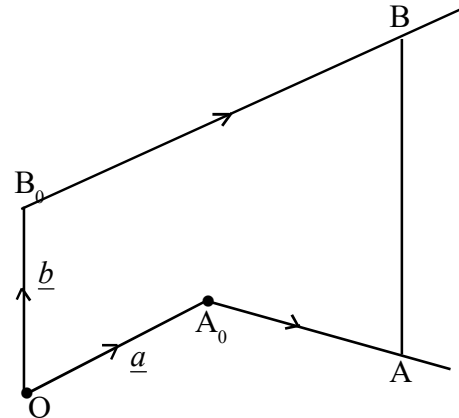
நேரம் t இல்

$$\underline{r}_A = \underline{a} + (-3\underline{i} + 29\underline{j})t$$

$$\underline{r}_B = \underline{b} + v(\underline{i} + 7\underline{j})t$$

$$\overline{AB} = \underline{r}_B - \underline{r}_A$$

$$= [\underline{b} + v(\underline{i} + 7\underline{j})t] - [\underline{a} + (-3\underline{i} + 29\underline{j})t]$$



$$\begin{aligned}\overline{AB} &= (\underline{b} - \underline{a}) + (v+3)t\underline{i} + (7v-29)t\underline{j} \\ t=0 \text{ இல் } \overline{AB} &= \overline{A_0B_0} = \underline{b} - \underline{a} = [-56\underline{i} + 8\underline{j}] \\ \overline{AB} &= [-56\underline{i} + 8\underline{j}] + (v+3)t\underline{i} + (7v-29)t\underline{j} \\ &= [(v+3)t - 56]\underline{i} + [(7v-29)t + 8]\underline{j} \text{ ————— (2)}\end{aligned}$$

துணிக்கைகள் ஒன்றுடன் ஒன்று மோதும்போது $\overline{AB} = 0$

$$(அ-து) \quad (v+3)t - 56 = 0 \text{ ————— (3)}$$

$$(7v-29)t + 8 = 0 \text{ ————— (4)}$$

(3), (4) என்பவற்றிலிருந்து

$$v = 4$$

$$\overline{AB} = [(v+3)t - 56]\underline{i} + [(7v-29)t + 8]\underline{j}$$

$v = 3$ ஆகும்போது

$$\overline{AB} = (6t - 56)\underline{i} + (8 - 8t)\underline{j}$$

$$\begin{aligned}|\overline{AB}| &= \sqrt{(6t - 56)^2 + (8 - 8t)^2} \\ &= \sqrt{100(t^2 - 8t + 32)}\end{aligned}$$

$$|\overline{AB}| = 10\sqrt{(t-4)^2 + 16}$$

$t = 4$ போது AB இழிவாகும்.

$$|\overline{AB}|_{\text{இழிவு}} = 40m$$

$v = 3$ உம் $t = 4$ உம் ஆகும்போது

$$\overline{AB} = 32\underline{i} - 24\underline{j}$$

$$\underline{V}_{A,B} = 6\underline{i} - 8\underline{j}$$

$$\begin{aligned}\underline{V}_{A,B} \cdot \overline{AB} &= (6\underline{i} - 8\underline{j}) \cdot (32\underline{i} - 24\underline{j}) \\ &= -192 + 192 \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\underline{V}_{A,B} \cdot \overline{AB} = 0$$

எனவே $\underline{V}_{A,B}$ ஆனது \overline{AB} இற்கு செங்குத்தாகும்.

03. (a) $A_{A,E} = \longrightarrow a_1$

$A_{B,E} = \longleftarrow a_2$ என்க.

$$\therefore A_{M,E} = \downarrow \frac{a_1 + a_2}{2}$$

துணிக்கைகள் இயங்குவதனால்

$$F_1 = \mu \cdot mg, F_2 = \mu'(2mg)$$

A \rightarrow யிற்கு $F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.

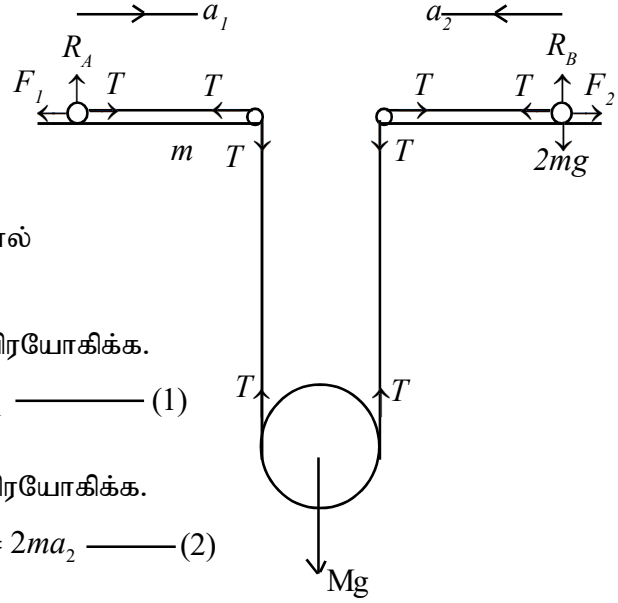
$$T - \mu mg = ma_1 \text{ ————— (1)}$$

B \leftarrow யிற்கு $F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.

$$T - \mu'(2mg) = 2ma_2 \text{ ————— (2)}$$

M \downarrow யிற்கு $F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.

$$Mg - 2T = M \frac{(a_1 + a_2)}{2} \text{ ————— (3)}$$



(1) இலிருந்து $a_1 = \frac{T - \mu mg}{m}$

(2) இலிருந்து $a_2 = \frac{T - 2\mu' mg}{2m}$

என்பனவற்றை (3) இல் பிரதியிடின,

$$Mg - 2T = \frac{M}{2} \left[\frac{T - \mu mg}{m} - \frac{T - 2\mu' mg}{2m} \right]$$

$$Mg - 2T = \frac{MT}{2m} - \frac{\mu Mg}{2} + \frac{MT}{4m} - \frac{\mu' Mg}{2}$$

$$T \left[2 + \frac{M}{4m} + \frac{M}{2m} \right] = Mg + \frac{\mu Mg}{2} + \frac{\mu' Mg}{2}$$

$$T = \frac{2Mmg(2 + \mu + \mu')}{(3M + 8m)}$$

$\mu > 2\mu'$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

இயக்கம் நடைபெறுவதற்கு $a_1 > 0$ ஆதல் வேண்டும்.

$$a_1 = \frac{T}{m} - \mu g > 0$$

$$T > \mu mg$$

$$\frac{2Mmg(2 + \mu + \mu')}{(3M + 8m)} > \mu mg$$

$$\frac{2 + \mu + \mu'}{\mu} > \frac{3M + 8m}{2M}$$

$$\frac{\mu' + 2}{\mu} > \frac{3M + 8m}{2m} - 1$$

$$\frac{\mu' + 2}{\mu} > \frac{M + 8m}{2M}$$

$$\frac{\mu}{\mu' + 2} < \frac{2M}{8m + M}$$

(b) B யிற்கு $F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.

$$\uparrow T_2 \cos \theta - T_1 \cos \theta - mg = 0$$

$$(T_2 - T_1) \cos \theta = mg \quad \text{————— (1)}$$

B யிற்கு $F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.

$$\leftarrow (T_1 + T_2) \sin \theta = maw^2 \sin \theta$$

$$(T_1 + T_2) = maw^2 \quad \text{————— (2)}$$

D யின் சமநிலைக்கு

$$\uparrow T_1 - kmg - R = 0$$

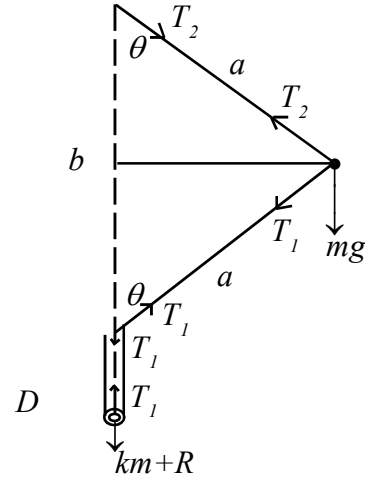
$$R = T_1 - kmg \quad \text{————— (3)}$$

$$\cos \theta = \frac{b}{2a}$$

$$(1) \text{ இலிருந்து } T_2 - T_1 = \frac{2mga}{b}$$

$$(2) \text{ இலிருந்து } T_2 + T_1 = maw^2$$

$$T_1 = \frac{ma}{2} \left[w^2 - \frac{2g}{b} \right], \quad T_2 = \frac{ma}{2} \left[w^2 + \frac{2g}{b} \right]$$



$$(3) \text{ இலிருந்து } R = \frac{ma}{2} \left[w^2 - \frac{2g}{b} \right] - kmg$$

$$R \geq 0$$

$$\frac{ma}{2} \left[w^2 - \frac{2g}{b} \right] \geq kmg$$

$$w^2 ab \geq 2g(a + kb) \text{————— (4)}$$

இழையிலுள்ள அதிகூடிய இழுவை λmg

$$T_1, T_2 \leq \lambda mg$$

$$T_2 \leq \lambda mg$$

$$\frac{ma}{2} \left[w^2 + \frac{2g}{b} \right] \leq \lambda mg$$

$$w^2 \leq \frac{2\lambda g}{a} - \frac{2g}{b}$$

$$(4) \text{ இலிருந்து } w^2 \geq \frac{2g}{b} + \frac{2kg}{a}$$

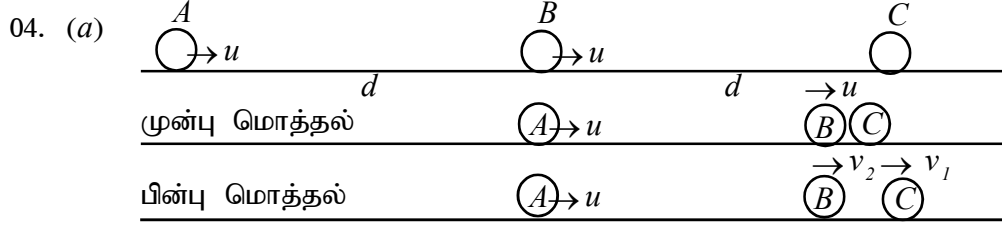
$$\frac{2g}{b} + \frac{2kg}{a} \leq w^2 \leq \frac{2\lambda g}{a} - \frac{2g}{b}$$

$$\frac{2g}{b} + \frac{2kg}{a} \leq \frac{2\lambda g}{a} - \frac{2g}{b}$$

$$\frac{1}{b} + \frac{k}{a} \leq \frac{\lambda}{a} - \frac{1}{b}$$

$$\frac{2}{b} \leq \frac{\lambda - k}{a}$$

$$(\lambda - k)b \geq 2a$$



இரண்டாம் மொத்தல் (B யிற்கும், C யிற்கும்)

தொகுதிக்கு $I = \Delta mv$ ஐ உபயோகிக்க.

$$\rightarrow m(v_2 - u) + m(v_1 - 0) = 0$$

$$\therefore mv_1 + mv_2 = mu$$

$$v_1 + v_2 = u \quad \text{————— (1)}$$

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதிப்படி

$$v_1 - v_2 = eu \quad \text{————— (2)}$$

$$(1), (2) \text{ இலிருந்து } v_1 = \frac{u}{2}(1+e), \quad v_2 = \frac{u}{2}(1-e)$$

A யானது B ஐ மோத எடுக்கும் நேரம் (t_0 என்க.)

$$t_0 = \frac{d}{u} + \frac{d}{u - v_2}$$

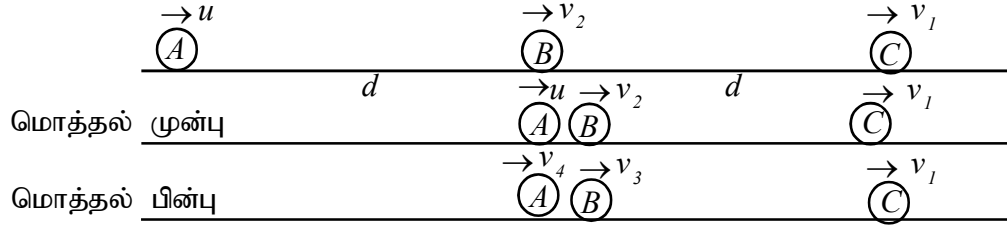
$$= \frac{d}{u} + \frac{d}{u - \frac{u}{2}(1-e)}$$

$$= \frac{d}{u} + \frac{2d}{u(1+e)}$$

$$\frac{d(3+e)}{u(1+e)}$$

A நகர்ந்த தூரம் $= ut_0$

$$= \frac{d(3+e)}{(1+e)}$$



இரண்டாம் மொத்தல் (A யிற்கும், B யிற்கும்)

$I = \Delta mv$ ஐ தொகுதிக்கு உபயோகிக்க.

$$\rightarrow m(v_4 - u) + m(v_3 - v_2) = 0$$

$$v_3 + v_4 = u + v_2 \text{ ————— (3)}$$

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதிப்படி

$$v_3 - v_4 = e(u - v_2) \text{ ————— (4)}$$

$$(3), (4) \text{ இலிருந்து } v_3 = \frac{u}{2}(1+e) + \frac{v_2}{2}(1-e)$$

$$= \frac{u}{2}(1+e) + \frac{u}{4}(1-e)^2$$

$$= \frac{u}{4}[2 + 2e + 1 - 2e + e^2]$$

$$v_3 = \frac{u}{4}[3 + e^2]$$

$$v_3 - v_1 = \frac{u}{4}[3 + e^2] - \frac{u}{2}[1 + e]$$

$$= \frac{u}{4}[1 - 2e + e^2]$$

$$= \frac{u}{4}[1 - e]^2$$

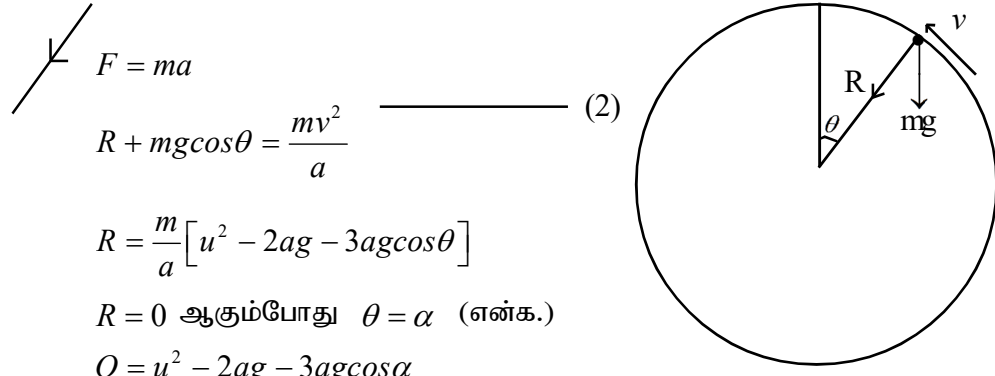
$$v_3 > v_1$$

எனவே A, B என்பவற்றிற்கிடையில் மீண்டும் ஒரு மோதுகை நிகழும்.

(b) சக்திக்காப்பு விதியின்படி

$$\frac{1}{2}mu^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + mga(1 + \cos\theta)$$

$$v^2 = u^2 - 2ag(1 + \cos\theta) \text{ ————— (1)}$$



$$F = ma$$

$$R + mg \cos \theta = \frac{mv^2}{a} \quad (2)$$

$$R = \frac{m}{a} [u^2 - 2ag - 3ag \cos \theta]$$

$$R = 0 \text{ ஆகும்போது } \theta = \alpha \text{ (என்க.)}$$

$$0 = u^2 - 2ag - 3ag \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{u^2 - 2ag}{3ag}$$

$$2ag < u^2 < 5ag \text{ (தரப்பட்டுள்ளது.)}$$

$$0 < \cos \alpha < 1$$

α என்பது கூர்ங்கோணமாகும்.

எனவே துணிக்கையானது அதன் அதியுயர் புள்ளியை அடைய முன்பு

கோளத்தை விட்டு விலகும். இதன்போது $\cos \alpha = \frac{u^2 - 2ag}{3ag}$

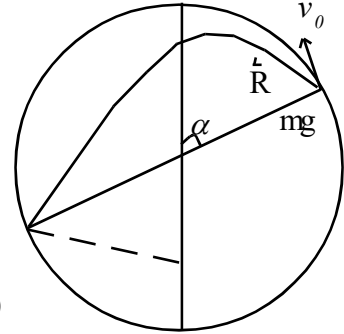
$\theta = \alpha$ ஆகும்போது $v = v_0$ (என்க.)

$$(1) \text{ இலிருந்து } v_0^2 = u^2 - 2ag(1 + \cos \alpha)$$

$$= u^2 - 2ag - 2ag \cos \alpha$$

$$= 3ag \cos \alpha - 2ag \cos \alpha$$

$$v_0^2 = ag \cos \alpha \quad (3)$$



$$S = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$\leftarrow 2a \sin \alpha = v_0 \cos \alpha \cdot t_0 \quad (4)$$

$$\uparrow -2a \cos \alpha = v_0 \cos \alpha \cdot t_0 - \frac{1}{2} g t_0^2 \quad (5)$$

(4), (5) என்பவற்றிலிருந்து

$$-2a \cos \alpha = \frac{2a \sin^2 \alpha}{\cos \alpha} - \frac{2a^2 g}{v_0^2} \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{a^2 g}{v_0^2} \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{a}{\cos \alpha} \quad (6)$$

$$v_0^2 = \frac{ag \sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$$

(3), (6) என்பவற்றிலிருந்து

$$\tan^2 \alpha = 1$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$u^2 - 2ag = 3ag \cos 45^\circ$$

$$u^2 = \left(\frac{3}{\sqrt{2}} + 2 \right) ag$$

05. (a) பரப்பு நேரம் t என்க.

$$S = ut + \frac{1}{2} at^2 \quad \text{————— (1)}$$

$$\longrightarrow 2h = u \cos \alpha \cdot t \quad \text{————— (2)}$$

$$\uparrow -h = u \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} gt^2$$

சமன்பாடு (1) இலிருந்து

$$-h = u \sin \alpha \cdot \frac{2h}{u \cos \alpha} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{4h^2}{u^2 \cos^2 \alpha}$$

$$-1 = 2 \tan \alpha - \frac{2gh}{u^2 \cos^2 \alpha}$$

$$1 + 2 \tan \alpha = \frac{2gh}{u^2 \cos^2 \alpha}$$

$$u^2 \cos^2 \alpha = \frac{2gh}{1 + 2 \tan \alpha}$$

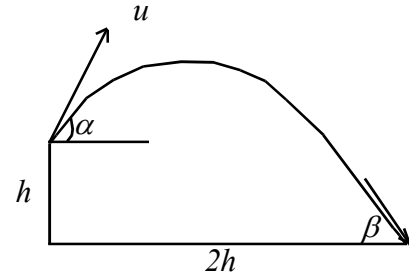
$$u^2 = \frac{2gh(1 + \tan^2 \alpha)}{(1 + 2 \tan \alpha)}$$

$$v = u + at$$

$$\uparrow v_1 = u \sin \alpha - gt$$

$$= u \sin \alpha - g \times \frac{2h}{u \cos \alpha}$$

$$v_1 = u \sin \alpha - \frac{2gh}{u \cos \alpha}$$



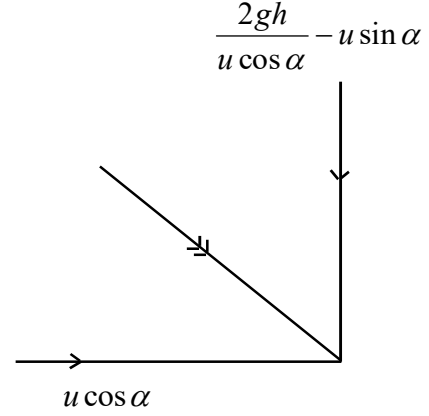
$$\downarrow \text{வேகம்} = \frac{2gh}{u \cos \alpha} - u \sin \alpha$$

$$\tan \beta = \frac{\frac{2gh}{u \cos \alpha} - u \sin \alpha}{u \cos \alpha}$$

$$\tan \beta = \frac{2gh}{u^2 \cos^2 \alpha} - \tan \alpha$$

$$= 1 + 2 \tan \alpha - \tan \alpha$$

$$\tan \beta = 1 + \tan \alpha$$

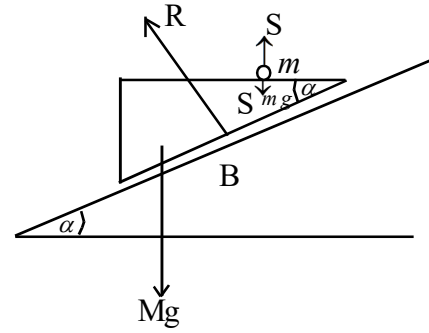


(b) $A_{m,E} = \begin{array}{c} \nearrow F \\ \alpha \end{array}$

$A_{m,M} = \longrightarrow f$

$A_{m,E} = A_{m,M} + A_{M,E}$

$\longrightarrow f + \begin{array}{c} \nearrow F \\ \alpha \end{array}$



$F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்கும்போது

தொகுதிக்கு

$$\leftarrow, R \sin \alpha = MF \cos \alpha + m(F \cos \alpha - f) \text{ ————— (1)}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \alpha \end{array} \quad (M + m)g \sin \alpha = MF + m(F - f \cos \alpha) \text{ ————— (2)}$$

m இற்கு மாத் திரம் $\leftarrow F = ma$

$$0 = m(F \cos \alpha - f) \text{ ————— (3)}$$

(3) இலிருந்து $f = F \cos \alpha$ ஐ சமன்பாடு (2) இல் பிரதியிடுக.

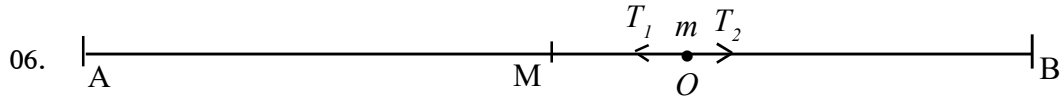
$$(M + m)g \sin \alpha = MF + m(F - F \cos^2 \alpha)$$

$$[M + m \sin^2 \alpha] F = (M + m)g \sin \alpha$$

$$F = \frac{(M + m)g \sin \alpha \cos \alpha}{(M + m \sin^2 \alpha)}$$

$$f = \frac{M(M + m)g \cos \alpha}{(M + m \sin^2 \alpha)}$$

(1) இலிருந்து $R = \frac{M(M + m)g \cos \alpha}{(M + m \sin^2 \alpha)}$



$$AM = MB = 2l, \quad MO = d \text{ என்க.}$$

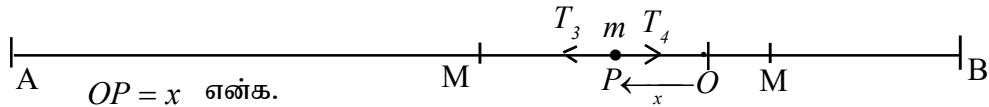
$$O \text{ இல் } T_1 = T_2$$

$$\frac{\lambda(d + 2l)}{2l} = \frac{4\lambda(l - d)}{3l}$$

$$3(d + 2l) = 8(l - d)$$

$$11d = 2l$$

$$d = \frac{2l}{11}, \quad OM = \frac{2l}{11}$$



$$OP = x \text{ என்க.}$$

$$F = ma$$

$$\leftarrow T_3 - T_4 = m\ddot{x}$$

$$\frac{\lambda}{2l} \left[\left(4l + \frac{2l}{11} - x \right) - 2l \right] - \frac{4\lambda}{3l} \left[\left(4l - \frac{2l}{11} + x \right) - 3l \right] = m\ddot{x}$$

$$\frac{\lambda}{2l} \left[\frac{24l}{11} - x \right] - \frac{4\lambda}{3l} \left[\frac{9l}{11} + x \right] = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = \frac{11\lambda}{6ml} x$$

எனவே இயக்கம் எளிமை இசை இயக்கமாகும்.

(i) அலைவுமையம் $x = O$ (அதாவது) O என்ற புள்ளி

$$V^2 = \frac{11\lambda}{6ml} [A^2 - x^2] \quad (A = \text{வீச்சம்})$$

$$x = \frac{2l}{11} \text{ ஆக } v = 0$$

$$A = \frac{2l}{11}$$

எனவே துணிக்கை M' இனை அடையும்போது (இங்கு $OM' = \frac{2l}{11}$)

அது கணநிலை ஓய்விற்கு வருகின்றது.

$$BM' = 4l - \frac{4l}{11} = \frac{40l}{11} > 3l$$

எனவே இழை எப்போதும் இறுக்கமாக இருக்கும்.

$$\text{அலைவுகாலம் } \frac{2\pi}{\omega} \left(\omega^2 = \frac{11\lambda}{6ml} \right)$$

$$\text{அலைவுகாலம்} = 2\pi \sqrt{\frac{6ml}{11\lambda}}$$

$$V^2 = \frac{11\lambda}{6ml} \left[\left(\frac{2l}{11} \right)^2 - x^2 \right]$$

$$MC = \frac{3l}{11}, \quad OC = \frac{3l}{11} - \frac{2l}{11} = \frac{l}{11}$$

$x = \frac{l}{11}$ ஆகும்போது $v = v_0$ என்க.

$$V_0^2 = \frac{11\lambda}{6ml} \left[\left(\frac{2l}{11} \right)^2 - \left(\frac{l}{11} \right)^2 \right]$$

$$V_0^2 = \frac{11\lambda}{6ml} \times \frac{3l^2}{11 \times 11}$$

$$V_0^2 = \frac{\lambda l}{22m}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{\lambda l}{22m}}$$

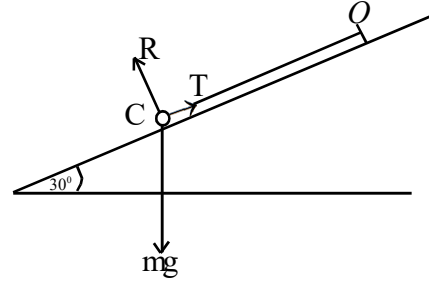
07. $OC = d$ என்க.
 m இன் சமநிலைக்கு

$$T - mg \sin 30^\circ = 0$$

$$2T = mg$$

$$2 \times \frac{3mg(d-6a)}{6a} = mg$$

$$d = 7a$$



$$CA = 2a, \quad CP = x \quad \text{என்க.}$$

A யிலுள்ள மொத்தச் சக்தி

$$= 0 - mg \cdot 2a \cdot \sin 30^\circ + \frac{1}{2} mg \times \frac{(3a)^2}{6a}$$

P யிலுள்ள மொத்தச் சக்தி

$$= -\frac{1}{2} mx^2 - mgx \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \times 3mg \times \frac{(a+x)^2}{6a}$$

சக்திக்காப்பு விதியின் படி

$$= 2mga \cdot \sin 30^\circ + \frac{mg}{4a} \times 9a^2 = \frac{1}{2} mx^2 - \frac{mgx}{2} + \frac{mg}{4a} (a+x)^2$$

இரு பக்கமும் நேரத்தைக் குறித்து வகையிடின்

$$0 = \frac{1}{2} m 2x\ddot{x} - \frac{mg\dot{x}}{2} + \frac{mg}{4} \cdot 2(a+x)\dot{x}$$

$$0 = \ddot{x} - \frac{g}{2} + \frac{g}{2a}(a+x)$$

$$\ddot{x} + \frac{g}{2a}x = 0$$

$$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad \left(\omega^2 = \frac{g}{2a} \right)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x} = -A\omega \sin \omega t + B\omega \cos \omega t$$

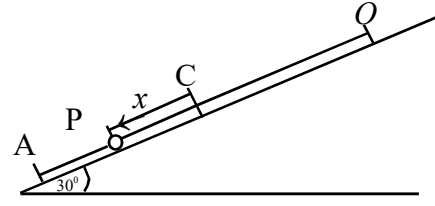
$$t = 0 \text{ போது } x = 2a, \quad \dot{x} = 0$$

$$2a = A \quad \text{————— (1)}$$

$$0 = 0 + B\omega \quad \text{————— (2)}$$

$$B = 0$$

$$x = 2a \cos \omega t$$



$x = -a$ போது இழை தொய்கின்றது.

$x = -a$ போது $t = t_1$ என்க.

$$-a = 2a \cos \omega t_1$$

$$\cos \omega t_1 = -\frac{1}{2}$$

$$\omega t_1 = \frac{2\pi}{3}$$

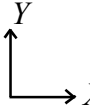
$$t_1 = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{2\pi}{3}$$

$$t_1 = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{2a}{g}}$$

$$\omega t_1 = \frac{2\pi}{3} \text{ போது } \dot{x} = 2a\omega \sin \omega t$$

$$\dot{x} = 2a \sqrt{\frac{2a}{g}} \sin \frac{2\pi}{3}$$

$$\dot{x} = -\sqrt{\frac{3ag}{2}}, \quad \text{வேகம் } \sqrt{\frac{3ag}{2}}$$

08. (a) தொகுதி  X என்ற தனி விசைக்கும் G என்ற இணைக்கும் ஒருமித்து ஒருங்குகின்றதெனின்,

A) , $M = G$

B) , $\frac{M}{2} = -Y \cdot 2a + G$

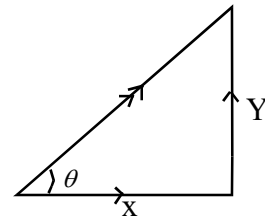
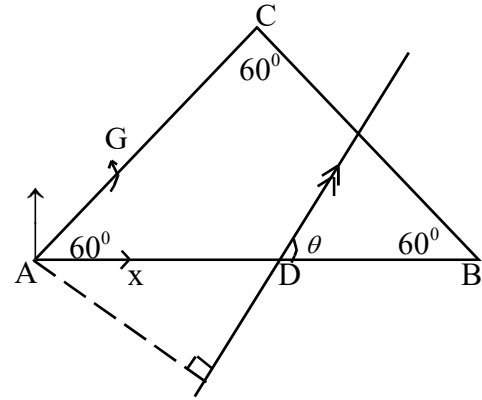
C) , $2M = X \cdot \sqrt{3}a - Y \cdot a + G$

$$G = M, \quad Y = \frac{M}{4a}, \quad X = \frac{5M}{4\sqrt{3}a}$$

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{M}{a} \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{25}{48}}$$

$$R = \frac{M}{a} \sqrt{\frac{7}{12}}$$

$$\tan \theta = \frac{Y}{X} = \frac{5}{\sqrt{3}}$$



A பற்றி திருப்பம் எடுக்கும்போது

$$R \cdot AD \sin \theta = M$$

$$(R \sin \theta) AD = M$$

$$Y \cdot AD = M$$

$$AD = \frac{M}{Y} = 4a$$

கோளத்தில் தாக்கும் விசைகள்

O வில் W

C இல் T

A யில் (F, R)

F, R என்பவற்றின் விளையுள் S

தற்போது T, W, S ஆகிய மூன்று

விசைகளும் M இல் சந்திக்கின்றன.

$$AB = h, OA = a, \hat{OAM} = \lambda$$

இங்கு $\mu = \tan \lambda$

$$OM = a \tan \lambda = a\mu$$

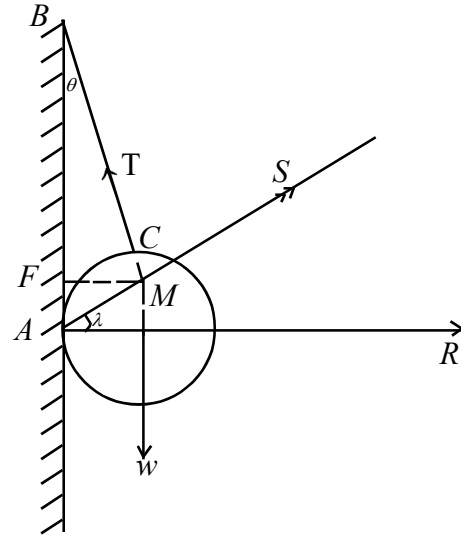
$$\tan \theta = \frac{a}{h - OM} = \frac{a}{h - a\mu}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{a}{h - a\mu} \right)$$

$$\mu = \frac{h}{2a} \text{ ஆகும்போது } \theta = \tan^{-1} \left(\frac{a}{2a\mu - a\mu} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\mu} \right)$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\mu}$$



முக்கோணி AMB ஐக் கருதுக.

$$\left. \begin{array}{l} T \rightarrow MB \\ W \rightarrow BA \\ S \rightarrow AM \end{array} \right\} \text{ } AMB \text{ என்பது விசை முக்கோணியாகும்.}$$

$$\frac{T}{\sin(90 - \lambda)} = \frac{W}{\sin[90 - (\theta - \lambda)]} = \frac{S}{\sin \theta}$$

$$\frac{T}{\cos \lambda} = \frac{W}{\cos(\theta - \lambda)}$$

$$T = \frac{W \cos \lambda}{\cos(\theta - \lambda)}$$

$$T = \frac{W \cos \lambda}{\cos \theta \cos \lambda + \sin \theta \sin \lambda}$$

$$T = \frac{W}{\cos \theta + \sin \theta \tan \lambda}$$

$$T = \frac{W}{\frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} + \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}}}$$

$$T = \frac{W\sqrt{1 + \mu^2}}{2\mu}$$

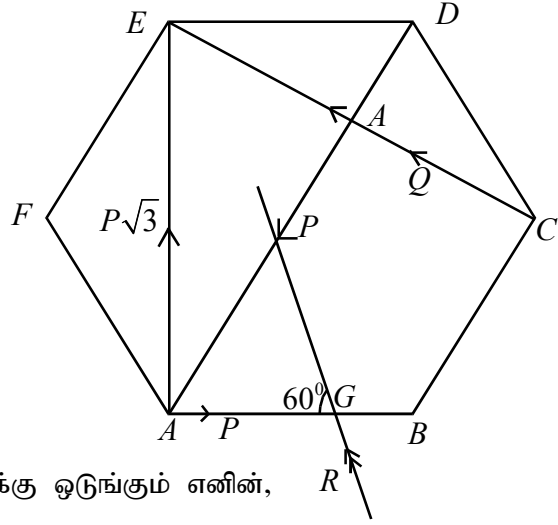
09. (a) ←

$$X = P - P \cos 60^\circ - Q \cos 30^\circ$$

$$X = \frac{P - Q\sqrt{3}}{2}$$

$$\uparrow Y = P\sqrt{3} - P \sin 60^\circ + Q \sin 30^\circ$$

$$Y = \frac{Q + P\sqrt{3}}{2}$$



(i) தொகுதியானது ஒரு இணைக்கு ஒடுங்கும் எனின்,

$$X = 0, Y = 0$$

$$P = Q\sqrt{3}, Q = 0$$

ஆனால் $Q \neq 0$

∴ தொகுதியானது இணைக்கு ஒடுங்க முடியாது.

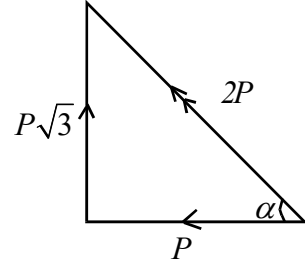
(ii) $Q = P\sqrt{3}$ எனின்,

$$X = -P, Y = P\sqrt{3}$$

$$\therefore R^2 = P^2 + (\sqrt{3}P)^2$$

$$R = 2P$$

$$\tan \alpha = \sqrt{3}, \alpha = 60^\circ$$



(iii) A பற்றிய திருப்பம்

A பற்றி விசைத்தொகுதியின் திருப்பம் = A பற்றி விளையுளின் திருப்பம்

$$R \cdot AG \sin 60^\circ = Q \cdot \frac{3a}{2}$$

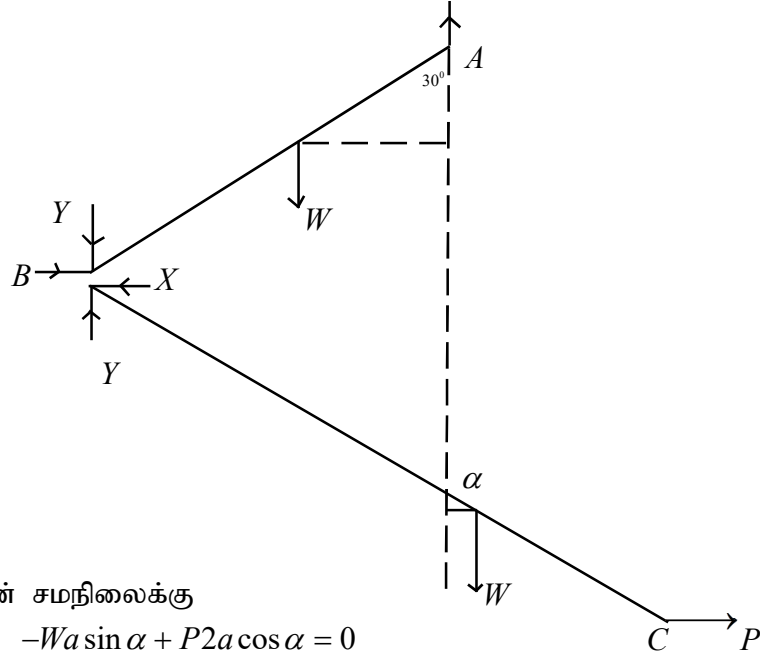
$$(R \sin 60^\circ) AG = P\sqrt{3} \cdot \frac{3a}{2}$$

$$Y \cdot AG = \frac{3\sqrt{3}Pa}{2}$$

$$AG = \frac{3\sqrt{3}Pa}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}P}$$

$$AG = \frac{3a}{2}$$

(b)



BC யின் சமநிலைக்கு

$$B) \quad -Wa \sin \alpha + P2a \cos \alpha = 0$$

$$P = \frac{W}{2} \tan \alpha$$

$$\longrightarrow \quad P - X = 0 \quad X = P$$

$$\uparrow \quad Y - W = 0 \quad Y = W$$

AB யின் சமநிலைக்கு

$$A) \quad Wa \sin 30^\circ + Y.2a \sin 30^\circ - X.2a \cos 30^\circ = 0$$

$$\frac{W}{2} + W - P\sqrt{3} = 0$$

$$P = \frac{\sqrt{3}W}{2}$$

B யிலுள்ள மறுதாக்கம் R எனின்,

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$R = \sqrt{\frac{3W^2}{4} + W^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{2P}{W} = \sqrt{3}$$

$$R = \sqrt{\frac{7W^2}{2}}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\text{திசை} \quad \tan \theta = \frac{Y}{X} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

10. (a) AB, AC என்பவற்றின் சமநிலைக்கு

$$\uparrow R + S - 4w = 0$$

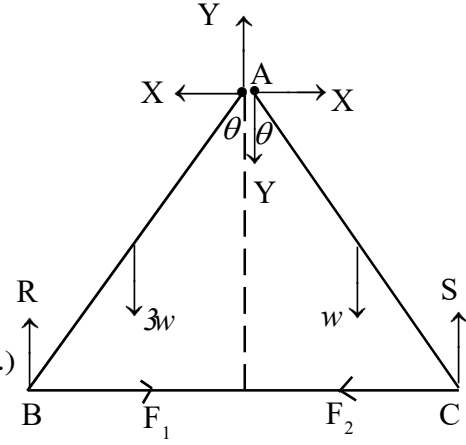
$$R + S = 4w$$

$$\sum \vec{B} = 0$$

$$S \cdot 4a \sin \theta - w \cdot 3a \sin \theta - 3w \cdot a \sin \theta = 0$$

$$S = \frac{3w}{2}, \quad R = \frac{5w}{2}$$

$$\longrightarrow F_1 - F_2 = 0; \quad F_2 = F_1 \quad (=F \text{ என்க.})$$



AB யின் சமநிலைக்கு

$$\sum \vec{A} = 0$$

$$F \cdot 2a \cos \theta - R \cdot 2a \sin \theta + 3w \cdot a \sin \theta = 0$$

$$F = w \tan \theta$$

$$\frac{5w}{2} > \frac{3w}{2}$$

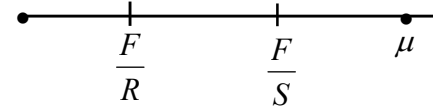
$$R > S$$

$$\frac{1}{R} < \frac{1}{S}$$

$$\frac{F}{R} < \frac{F}{S}$$

சமநிலைக்கு $\frac{F}{R} \leq \mu$ உம் $\frac{F}{S} \leq \mu$ உம்

$$\text{அதாவது } \frac{F}{R} < \frac{F}{S} \leq \mu$$



θ ஆனது அதிகரிக்கும்போது

$\frac{F}{S}$ என்பது முதலில் μ இன் பெறுமதியை பெறும்.

எனவே C இல் முதலில் வழக்கல் ஏற்படும்.

$$\text{இப்போது } \frac{F}{R} = \frac{w \tan \theta \times 2}{5w} = \frac{2 \tan \theta}{5}$$

$$\frac{F}{S} = \frac{w \tan \theta \times 2}{3w} = \frac{2 \tan \theta}{3}$$

$$\text{எனவே } \frac{F}{S} \leq \mu$$

$$2 \frac{\tan \theta}{3} \leq \mu$$

$$\tan \theta \leq \frac{3\mu}{2}$$

AB யின் சமநிலைக்கு

$$F - X = 0$$

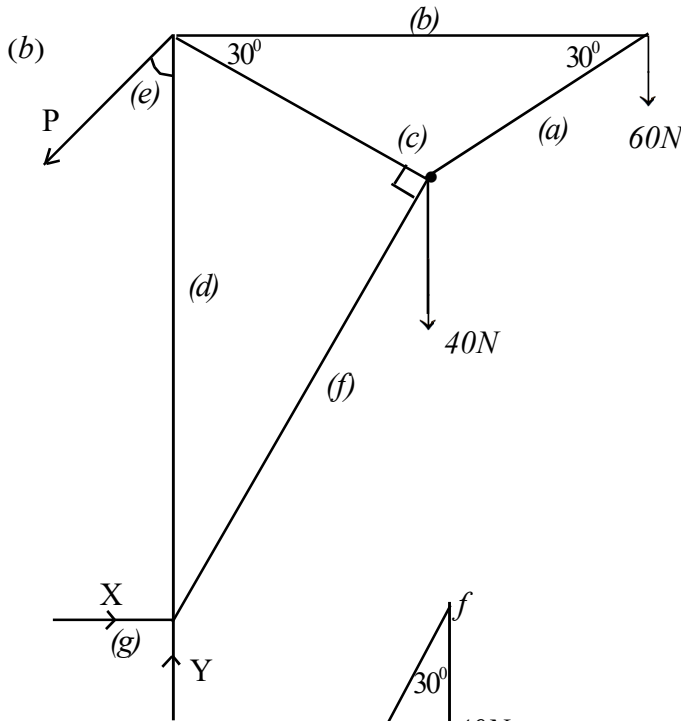
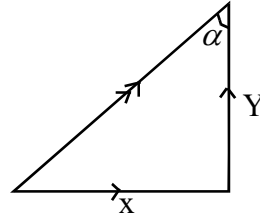
$$\longrightarrow X = F = w \tan \theta$$

$$\uparrow Y + R - 3w = 0$$

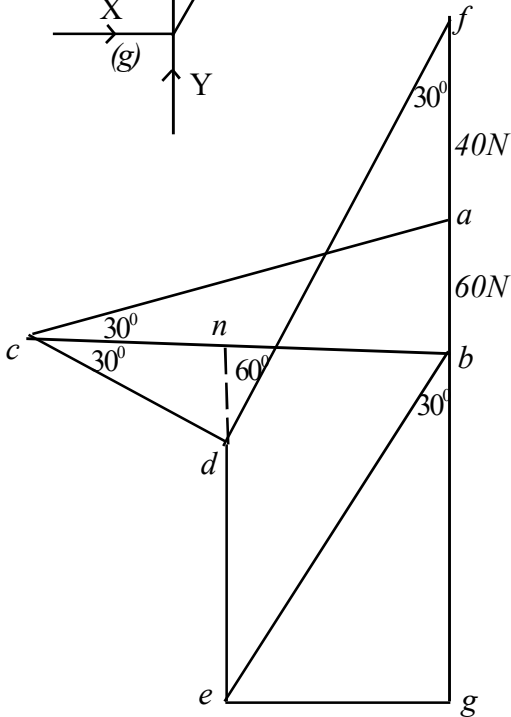
$$Y = \frac{w}{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{X}{Y} = 3\mu$$

$$\alpha = \tan^{-1}(3\mu)$$



கோல்	உதைப்பு	இழுவை
AB	100	-
BC	-	$60\sqrt{3}$
CD	120	-
DB	40	-
AD	$80\sqrt{3}$	-



$$X = 40\sqrt{3}$$

$$Y = 220$$

A யிலுள்ள மறுதாக்கம்

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$= \sqrt{(40\sqrt{3})^2 + 220^2}$$

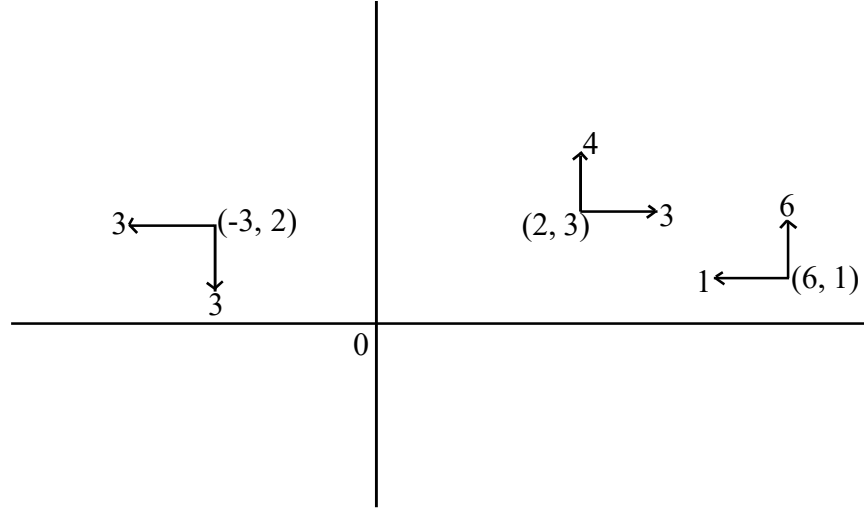
$$= 20\sqrt{133}N$$

$$\tan \alpha = \frac{Y}{X}$$

$$\tan \alpha = \frac{220}{40\sqrt{3}}$$

$$\tan \alpha = \frac{11}{2\sqrt{3}}$$

11. (a)



$$\begin{aligned}\text{விளையுள் } \underline{R} &= \underline{F}_1 + \underline{F}_2 + \underline{F}_3 \\ &= (3i + 4j) + (i + 6j) + (3i - 3j)\end{aligned}$$

$$\underline{R} = -i + 7j$$

$$X = -1, Y = 7 \quad |\underline{R}| = \sqrt{1^2 + 7^2} = 5\sqrt{2}N$$

$$O \text{ பற்றிய விளையுளின் திருப்பம் } = O \text{ பற்றி வசைத் தொகுதியின் திருப்புத்திறன் களின் அட்சரக கணிதக் கூட்டுத்தொகை}$$

O பற்றிய விளையுளின் திருப்பம் = O பற்றி வசைத் தொகுதியின் திருப்புத்திறன் களின் அட்சரக கணிதக் கூட்டுத்தொகை

$$Y.x - X.y = M$$

$$7x + y = 51$$

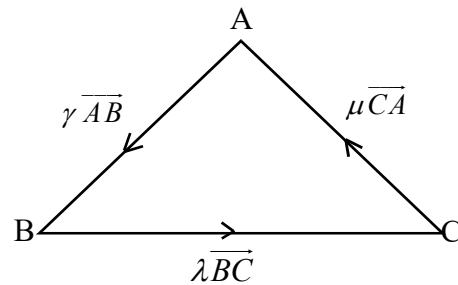
$$\text{தாக்கக்கோட்டின் சமன்பாடு } 7x + y - 51 = 0$$

$$\text{சமநிலைக்கு } O \text{ வில் } \underline{F}_4 = i - 7j, G = -51$$

$$\begin{aligned}(b) \quad A) &= \lambda BC.h_1 = \lambda \times \frac{1}{2} \times 2BC \times h_1 \\ &= 2\lambda \Delta ABC\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B) &= \mu CA.h_2 = \mu \times 2 \times \frac{1}{2} \times CA \times h_2 \\ &= 2\mu \Delta ABC\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C) &= \gamma AB.h_3 = \gamma \times 2 \times \frac{1}{2} \times AB \times h_3 \\ &= 2\gamma \Delta ABC\end{aligned}$$



[இங்கு h_1, h_2, h_3 என்பன A, B, C என்பவற்றிலிருந்து முறையே BC, CA, AB இற்கான செங்குத்துத் தூரங்கள். $\Delta ABC =$ முக்கோணம் ABC யின் பரப்பளவு]

- (i) $\lambda = \mu = \gamma$ எனின்,
 $A) = B) = C) \neq 0$

ஒரு நேர்கோடில்லாத மூன்று புள்ளிகள் பற்றி திருப்பம் மாறிலியாகவும் பூச்சியமல்லாதும் இருப்பதால் தொகுதியானது ஒரு இணைக்கு ஒடுங்கும்.

- (ii) மறுதலையாக தரப்பட்ட தொகுதி இைக்கு ஒடுங்குகின்றது எனக் கொள்க.

$$\therefore A) = B) = C)$$

$$2\lambda \cdot \Delta ABC = 2\mu \Delta ABC = 2\gamma \cdot \Delta ABC$$

$$\therefore \lambda = \mu = \gamma$$

- (c) M இன் சமநிலைக்கு



$$T \cos \theta - F - Mg \sin \alpha = 0$$



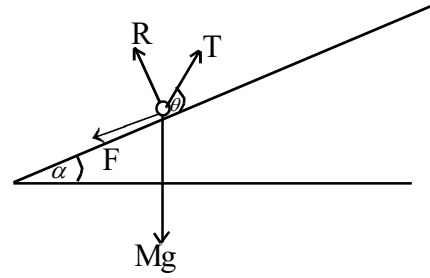
$$R + T \sin \theta - Mg \cos \alpha = 0$$

எல்லைச் சமநிலையில் $\frac{F}{R} = \mu$

$$\frac{T \cos \theta - Mg \sin \alpha}{Mg \cos \alpha - T \sin \theta} = \frac{\sin \lambda}{\cos \lambda}$$

$$T \cos(\theta - \lambda) = Mg \sin(\alpha + \lambda)$$

$$T = \frac{Mg \sin(\alpha + \lambda)}{\cos(\theta - \lambda)} \quad \text{----- (1)}$$



T இழிவாக இருப்பதற்கு $\cos(\theta - \lambda) = 1$ உயர்வாக இருத்தல் வேண்டும்.

$$\cos(\theta - \lambda) = 1$$

$$\theta = \lambda$$

$$T_{\text{இழிவு}} = Mg \sin(\alpha + \lambda)$$

இதிலிருந்து தளத்திற்கு சமாந்தரமான இழிவு விசையைக் காண்பதற்கு

(1) இல், $\theta = 0$ இல் எனப் பிரதியிடல் வேண்டும்.

$$\text{தேவையான விசை} = \frac{Mg \sin(\alpha + \lambda)}{\cos(-\lambda)}$$

$$= \frac{P}{\cos \lambda} = P \sec \lambda$$

12 (a) சமநிலைக்கு O பற்றி திருப்பம் எடுக்க,

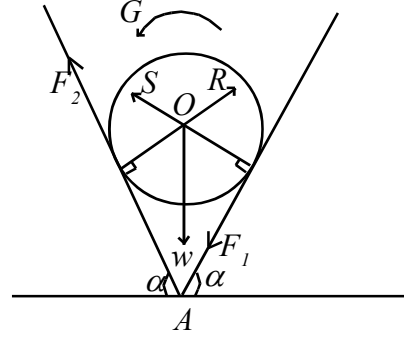
$$O) \quad G - F_1 \cdot a - F_2 \cdot a = 0$$

$$G = (F_1 + F_2)a$$

எல்லைச் சமநிலையில்

$$F_1 = \mu S, \quad F_2 = \mu R$$

$$G = \mu a(R + S) \text{ ————— (1)}$$



$$A) \quad S \cdot a \tan \alpha - R \cdot a \tan \alpha + G = 0$$

$$G = a \tan \alpha (R - S) \text{ ————— (2)}$$

$$\uparrow (R + S) \cos \alpha + F_2 \sin \alpha - F_1 \sin \alpha - w = 0$$

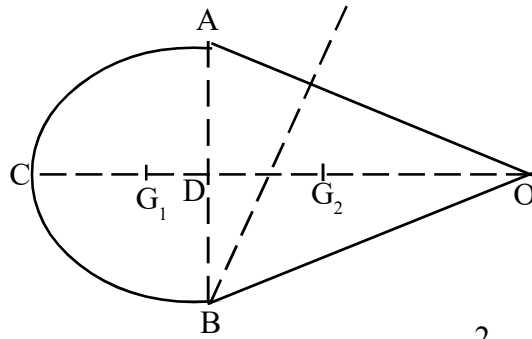
$$(R + S) \cos \alpha + \mu \sin \alpha (R - S) - w = 0 \text{ ————— (3)}$$

$$(1), (2) \text{ இலிருந்து } \frac{G \cos \alpha}{\mu a} + \mu \sin \alpha \frac{G}{a \tan \alpha} - w = 0$$

$$\frac{G \cos \alpha}{a} \left(\frac{1}{\mu} + \mu \right) = w$$

$$G = \frac{\mu a w}{(1 + \mu^2) \cos \alpha}$$

(b) சமச்சீரினால் புவியீர்ப்பு மையம் OC இல் இருக்கும்.



$$\text{அரைக்கோளத்தின் திணிவு} \quad M_1 = \frac{2}{3} \pi r^3 \sigma, \quad DG_1 = \frac{3r}{8}$$

$$\text{கூம்பின் திணிவு} \quad M_2 = \frac{1}{3} \pi r^2 \times 4r \times \rho = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$$

$$DG_2 = \frac{1}{4} \times 4r = r$$

கூட்டுலின் திணிவு $(M_1 + M_2)$

$DG = \bar{x}$ என்க.

$$D) \quad (M_1 + M_2)\bar{x} = M_2 \cdot DG_2 - M_1 \cdot DG_1$$

$$\left(\frac{2}{3} \pi r^3 \sigma + \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \right) \bar{x} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho r - \frac{2}{3} \pi r^3 \sigma \times \frac{3r}{8}$$

$$\frac{2}{3} \pi r^3 (\sigma + 2\rho) \bar{x} = \frac{4}{3} \pi r^4 \left(\rho - \frac{3\sigma}{8} \right)$$

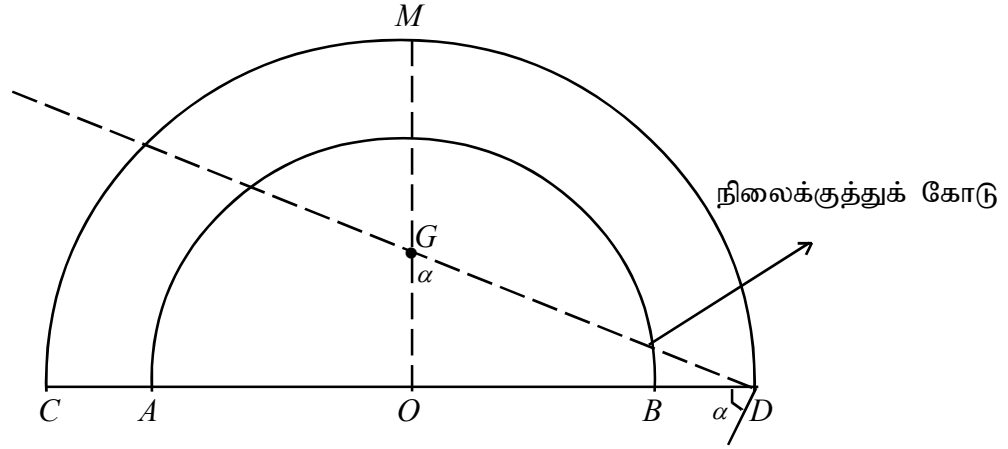
$$\bar{x} = \frac{r(16\rho - 3\sigma)}{8(\sigma + 2\rho)}$$

$$\rho = \sigma \text{ எனின், } \bar{x} = \frac{13r}{24}$$

$$\tan \theta = \frac{r}{\bar{x}} = \frac{24}{13}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{24}{13} \right)$$

13.



சமச்சீரின் படி புவியீர்ப்பு மையமானது OM வழியே இருக்கும்.

திண்மம்	திணிவு	புவியீர்ப்பு மையம்
அரைக்கோளம் CMD	$M_1 = \frac{2}{3} \pi (2a)^3 \rho$	$OG_1 = \frac{3}{8} \times 2a = \frac{3a}{4}$
அரைக்கோளம் ALB	$M_2 = \frac{2}{3} \pi a^3 \rho$	$OG_2 = \frac{3a}{8}$
கிண்ணம் CD	$M_1 - M_2 = \frac{14}{3} \pi a^3 \rho$	OG

$$O) (M_1 - M_2)OG = M_1 \cdot OG_1 - M_2 \cdot OG_2$$

$$\frac{14}{3} \pi a^3 \rho OG = \frac{16}{3} \pi a^3 \times \frac{3a}{4} - \frac{2}{3} \pi a^3 \times \frac{3a}{8}$$

$$OG = \frac{45a}{56}$$

$$\tan \alpha = \frac{2a}{OG} = \frac{112}{45}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{112}{45} \right)$$

கவிழும் புள்ளியில்

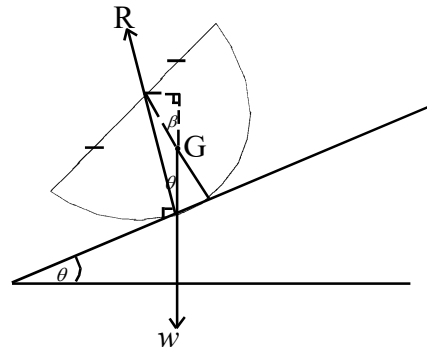
$$a \sin \theta = OGSn\beta \leq OG$$

$$a \sin \theta \leq OG$$

$$\sin \theta \leq \frac{45a}{56a}$$

$$\sin \theta \leq \frac{45}{56}$$

$$\theta \leq \sin^{-1} \left(\frac{45}{56} \right)$$



14. (a) பின்வரும் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்துக.

S: அவன் கடலுக்குச் செல்லுதல்.

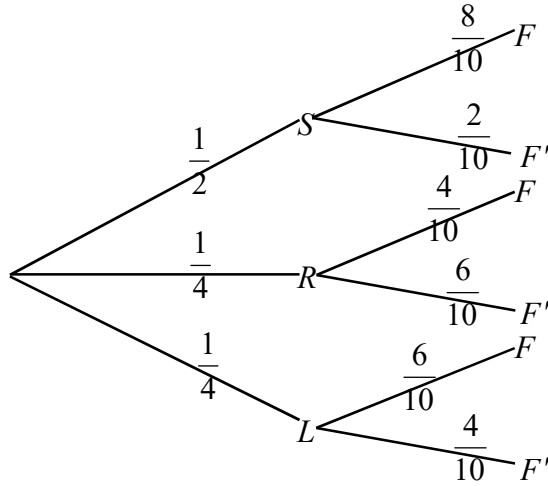
R: அவன் ஆற்றுக்குச் செல்லுதல்.

L: அவன் குளத்திற்குச் செல்லுதல்.

F: அவன் மீன் பிடித்தல்.

$$P(S) = \frac{1}{2}, \quad P(R) = \frac{1}{4}, \quad P(L) = \frac{1}{4}$$

$$P(F|S) = \frac{8}{10}, \quad P(F|R) = \frac{4}{10}, \quad P(F|L) = \frac{6}{10}$$



$$P(S \cap F) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{10}$$

$$P(S \cap F') = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10}$$

$$P(R \cap F) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{10}$$

$$P(R \cap F') = \frac{1}{4} \times \frac{6}{10}$$

$$P(L \cap F) = \frac{1}{4} \times \frac{6}{10}$$

$$P(L \cap F') = \frac{1}{4} \times \frac{4}{10}$$

(i) மொத்த நிகழ்த்தகவுத் தேற்றப்படி

$$P(F) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{10} + \frac{1}{4} \times \frac{4}{10} + \frac{1}{4} \times \frac{6}{10}$$

$$P(F) = \frac{13}{20}$$

(ii) $P(2 \text{ ஞாயிற்றுக் கிழமைகளில் மீன்பிடித்தல்}) = {}^3C_2 \times \left(\frac{13}{20}\right)^2 \times \frac{7}{20}$

$$P(3 \text{ ஞாயிற்றுக் கிழமைகளிலும் மீன்பிடித்தல்}) = {}^3C_3 \times \left(\frac{13}{20}\right)^3$$

$$\text{நிகழ்த்தகவு} = {}^3C_2 \times \left(\frac{13}{20}\right)^2 \times \frac{7}{20} + {}^3C_3 \times \left(\frac{13}{20}\right)^3$$

$$= \frac{2873}{4000}$$

$$(iii) \quad P(F) = \frac{13}{20}, \quad P(F') = \frac{7}{20}$$

$$P(S|F') = \frac{P(S \cap F')}{P(F')} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{2}{10}}{\frac{7}{20}} = \frac{2}{7}$$

$$P(R|F') = \frac{P(R \cap F')}{P(F')} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{6}{10}}{\frac{7}{20}} = \frac{3}{7}$$

$$P(L|F') = \frac{P(L \cap F')}{P(F')} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{4}{10}}{\frac{7}{20}} = \frac{2}{7}$$

இதிலிருந்து அவன் பெரும்பாலும் ஆற்றிற்கு சென்றிருக்க முடியும்.

(iv) தரப்பட்ட ஒரு ஞாயிற்றுக்கிழமையில்

$$P(\text{இருவரும் கடலுக்குச் செல் லுதல்}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{இருவரும் ஆற்றுக்குச் செல் லுதல்}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

$$P(\text{இருவரும் குளத்திற்குச் செல் லுதல்}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

$$P(\text{இருவரும் சந்தித்தல்}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$$

$P(\text{இருவரும் இரு ஞாயிற்றுக் கிழமைகளில்}$

$$\text{சந்திக் காமை}) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

இதிலிருந்து இருவரும் குறைந்தது ஒரு தடவையாவது சந்திப்பதற்கான

$$\text{நிகழ்தகவு} = 1 - \frac{4}{9}$$

$$= \frac{5}{9}$$

14. (b)

	f	x	$d = \frac{x - 450}{100}$	fd	fd^2
800 - 900	14	850	4	56	224
700 - 800	30	750	3	90	270
600 - 700	52	650	2	104	208
500 - 600	79	550	1	79	79
400 - 500	206	450	0	0	0
300 - 400	146	350	-1	-146	146
200 - 300	88	250	-2	-176	352
100 - 200	45	150	-3	-135	405
		660		-128	1684

$$(i) \bar{x} = 450 + 100 \left(\frac{-128}{660} \right)$$

$$\bar{x} = 469.39$$

$$(ii) S = 100 \sqrt{\frac{1684}{660} - \left(\frac{-128}{660} \right)^2}$$

$$S = 158.55$$

$$(iii) \text{இடைய வகுப்பு} = (400 - 500)$$

$$\text{இடையம்} = 400 + \frac{100}{206} \left(\frac{660}{2} - 279 \right)$$

$$= 400 + 100 \times \frac{51}{206}$$

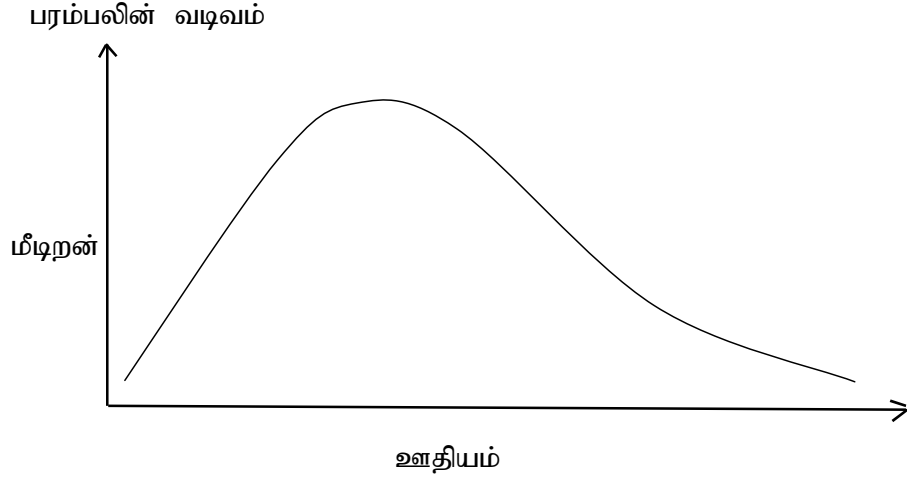
$$= 424.75$$

$$(iv) \text{ஓராயக்குணகம்} = 3 \frac{(\text{இடை} - \text{இடையம்})}{\text{நியமவிலகல்}}$$

$$= 3 \frac{(469.39 - 424.75)}{158.55}$$

$$= 0.8446$$

(v) நேர் ஓராய வளையி



15. (a) பின்வரும் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்துக.

A: பெரியவர்

C: சிறுவர்

M: ஆண்

F: பெண்

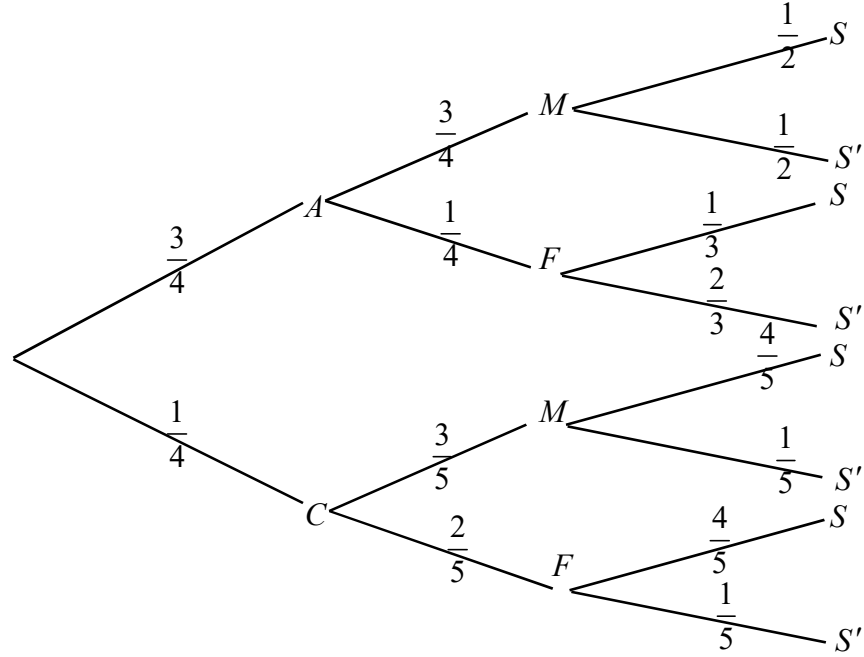
S: நீச்சல் தடாகத்தைப் பயன்படுத்தல்

$$P(A) = \frac{3}{4}, \quad P(C) = \frac{1}{4},$$

$$P(M|C) = \frac{3}{5}, \quad P(F|A) = \frac{1}{4}, \quad P(F|C) = \frac{2}{5}$$

$$P(S|A \cap M) = \frac{1}{2}, \quad P(S|A \cap F) = \frac{1}{3},$$

$$P(S|C \cap M) = \frac{4}{5}, \quad P(S|C \cap F) = \frac{4}{5}$$



$$(i) \quad P(S) = \left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{4}{5}\right)$$

$$P(S) = \frac{9}{32} + \frac{1}{16} + \frac{3}{25} + \frac{2}{25} = \frac{87}{160}$$

$$(ii) \quad P(F|S) = \frac{P(S \cap F)}{P(S)}$$

$$= \frac{\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{4}{5}}{\frac{87}{160}}$$

$$= \frac{\frac{1}{16} + \frac{2}{25}}{\frac{87}{160}}$$

$$P(F|S) = \frac{114}{435} = 0.262$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad P(C|M \cap S) &= \frac{P(M \cap S \cap C)}{P(M \cap S)} \\
 &= \frac{\frac{1}{4} \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{5}}{\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{5}} \\
 &= \frac{\frac{3}{25}}{\frac{9}{32} + \frac{3}{25}}
 \end{aligned}$$

$$P(C|M \cap S) = \frac{3}{25} \times \frac{25 \times 32}{321} = 0.2999$$

$$\text{(iv)} \quad P(A \cup F | S') = \frac{P[(A \cup F) \cap S']}{P(S')}$$

$$P(S') = 1 - \frac{87}{160} = \frac{73}{160}$$

$(A \cup F) \cap S' = (A \cap S') \cup (F \cap S')$ ஆகும்.

$$(A \cap S') \cup (F \cap S') = (A \cap M \cap S') \cup (A \cap F \cap S') \cup (C \cap F \cap S')$$

வ.க.ப இலுள்ள மூன்று நிகழ்ச்சிகளும் தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்ச்சிகள் ஆகையினால்.

இதிலிருந்து,

$$\begin{aligned}
 P[(A \cup F) \cap S'] &= P[A \cap M \cap S'] + [A \cap F \cap S'] + P[C \cap F \cap S'] \\
 &= \left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} \right)
 \end{aligned}$$

$$P[(A \cup F) \cap S'] = \frac{9}{32} + \frac{1}{8} + \frac{1}{50} = \frac{341}{800}$$

$$P[(A \cup F) | S'] = \frac{P[(A \cup F) \cap S']}{P(S')}$$

$$\begin{aligned} & \frac{341}{160} \\ &= \frac{800}{73} \\ & \frac{341}{160} \\ &= \frac{341}{365} \end{aligned}$$

$$P[(A \cup F) | S'] = 0.934$$

15. (b)
$$\mu_1 = \frac{\sum_1^{n_1} x_i}{n_1}$$

$$\sum_1^{n_1} x_i = n_1 \mu_1, \quad \sum_1^{n_2} x_i = n_2 \mu_2$$

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_1^{n_1} x_i^2}{n_1} - \mu_1^2$$

$$\sum_1^{n_1} x_i^2 = n_1 \sigma_1^2 + n_1 \mu_1^2$$

$$\Rightarrow \text{இவ்வாறே, } \sum_1^{n_2} x_i^2 = n_2 \sigma_2^2 + n_2 \mu_2^2$$

குடித்தொகையின் இடை
$$\bar{X} = \frac{n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2}{n_1 + n_2}$$

$$= \frac{n_1}{n_1 + n_2} \mu_1 + \frac{n_2}{n_1 + n_2} \mu_2$$

$$\bar{X} = \omega_1 \mu_1 + \omega_2 \mu_2$$

இங்கு
$$\omega_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2}, \quad \omega_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2}$$

$$\text{குடித்தொகையின் மாற்றற்றன் } S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1+n_2} x_i}{n_1 + n_2} - \bar{X}^2$$

$$S^2 = \frac{1}{n_1 + n_2} \left[\sum_1^{n_1} x_i^2 + \sum_1^{n_2} x_i^2 \right] - \bar{X}^2$$

$$S^2 = \frac{1}{n_1 + n_2} \left[n_1 \sigma_1^2 + n_2 \sigma_2^2 + n_1 \mu_1^2 + n_2 \mu_2^2 \right] - \left[\frac{n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2}{n_1 + n_2} \right]^2$$

$$= \frac{n_1 \sigma_1^2}{n_1 + n_2} + \frac{n_2 \sigma_2^2}{n_1 + n_2} + \frac{(n_1 + n_2)}{(n_1 + n_2)^2} \left[n_1 \mu_1^2 + n_2 \mu_2^2 \right] - \left[\frac{n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2}{n_1 + n_2} \right]^2$$

$$= \frac{n_1 \sigma_1^2}{n_1 + n_2} + \frac{n_2 \sigma_2^2}{n_1 + n_2} + \frac{1}{(n_1 + n_2)^2} \left[n_1 (n_1 + n_2) \mu_1^2 + n_2 (n_1 + n_2) \mu_2^2 \right. \\ \left. - 2n_1 n_2 \mu_1 \mu_2 - n_1^2 \mu_1^2 - n_2^2 \mu_2^2 \right]$$

$$= \omega_1 \sigma_1^2 + \omega_2 \sigma_2^2 + \frac{n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \left[\mu_1^2 + \mu_2^2 - 2\mu_1 \mu_2 \right]$$

$$S^2 = \omega_1 \sigma_1^2 + \omega_2 \sigma_2^2 + \omega_1 \omega_2 (\mu_1 - \mu_2)^2$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$40 = \frac{\sum X}{20}$$

பிழையான பெறுமதிகளின் மொத்தம் $\sum X = 800$

சரியான பெறுமதிகளின் மொத்தம் $\sum X = 800 - 50 + 15$

$$= 765$$

சரியான இடை $\bar{X} = \frac{765}{20} = 38.25$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{X}^2$$

$$25 = \frac{\sum x_i^2}{20} - 40^2$$

பிழையான பெறுமதிகளுக்கு $\sum x_i^2 = 500 + 1600 \times 20 = 32500$

சரியான பெறுமதிகளுக்கு $\sum x_i^2 = 32500 - 2500 + 225$
 $= 30225$

சரியான பெறுமதிகளுக்கு $\sigma^2 = \frac{30225}{20} = 38.25^2$

$$= 1511.25 - 38.25^2$$

$$= 48.19$$

$$\sigma = \sqrt{48.19}$$

$$\sigma = 6.94$$

முழுக் குழுத்தொகைக்கும் $\mu = \frac{20 \times 38.25 + 30 \times 40.25}{20 + 30}$

$$= \frac{765 + 1207.5}{50}$$

$$\mu = \frac{1972.5}{50}$$

$$\mu = 39.45$$

$$\sigma^2 = \omega_1 \sigma_1^2 + \omega_2 \sigma_2^2 + \omega_1 \omega_2 (\mu_1 - \mu_2)^2$$

$$= \frac{20}{50} \times 6.94^2 + \frac{30}{50} \times 8^2 + \frac{20 \times 30}{50 \times 50} (40.25 - 30.25)^2$$

$$= \frac{2}{5} \times 48.19 + \frac{3}{5} \times 64 + \frac{6}{25} \times 4$$

$$= \frac{481.9 + 960 + 24}{25}$$

$$\sigma^2 = \frac{1465.9}{25}$$

$$= 58.636$$

$$\sigma = \sqrt{58.636}$$

$$\sigma = 7.65$$